ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JANVIER 1960.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE-GEORGES BARRILLON.

PRÉSENTATION DE SAVANTS ÉTRANGERS.

M. **Albert Portevin** signale la présence de M. **Georges Homès**, Professeur de Physique à la Faculté des sciences appliquées de Bruxelles et à la Faculté polytechnique de Mons. M. le Président souhaite la bienvenue à celui-ci et l'invite à prendre part à la séance.

CORRESPONDANCE, OUVRAGES PRÉSENTÉS OU REÇUS.

M. **Robert Legendre** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par la mort de M. *Georges Durand-Viel*.

Les Ouvrages suivants sont adressés en hommage à l'Académie :

— *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, par M. **Jacques Hadamard**, traduit de l'anglais par Jacqueline Hadamard. Première édition française revue et augmentée par l'auteur;

— par M. **Abilio Fernandes**, une série de tirages à part de ses travaux de botanique;

— par M. **Jean Timmermans**, le volume 2 : *Two organic compounds* (*at least one a hydroxyl derivative*) de son Ouvrage intitulé : *The physico-chemical constants of binary systems in concentrated solutions*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° G. Bryssine. Tirages à part de ses travaux de pédologie.

2° *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, par

Claude-Gaspar Bachet, Sieur de Méziriac. 5e édition revue, simplifiée et augmentée, par A. Labosne. Nouveau tirage augmenté d'un *Avant-propos* par Jean Itard et d'un portrait de l'auteur. (Reproduction photographique.)

3° Euclide. *L'optique et la Catoptrique.* Œuvres traduites pour la première fois du grec en français avec une *Introduction* et des *Notes*, par Paul Ver Eecke. Nouveau tirage. (Reproduction photographique.)

4° Vito Caravelli. *Le traité des Hosoèdres.* Traduit sur le texte latin original avec des *Notes*, par Paul Ver Eecke. (Reproduction photographique.)

5° *Studies of the soluble phosphoproteins of liver and the purification and properties of a phosphatase from spleen*, by John Glomset. (Thèse, Uppsala.)

6° *Congrès international de la neutralité de la médecine en temps de guerre. Paris, les* 6, 7 *et* 8 *avril* 1959.

7° *Technology reports of the Kansai University* (Osaka, Japon). Vol. 1, n° 1.

DÉLÉGATIONS.

M. **Jean-Jacques Trillat** est adjoint à la délégation précédemment désignée pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Londres, du 18 au 26 juillet 1960, à l'occasion du trois-centième anniversaire de la fondation de la **Royal Society**.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les irrégularités des variétés algébriques.* Note (*) de M. **Francesco Severi.**

1. Soit V_d une forme algébrique d'ordre m irréductible, du corps complexe, à singularités ordinaires (c'est-à-dire une variété double W_{d-1}, indiquée aussi par W^0, constituée par les points doubles de la V_d; et sur W^0 une variété ∞^{d-2} de points triples de V_d et de W^0, etc.). Une section hyperplane générique de V_d sera indiquée par E. Elle aura une variété double $W^1 = (W^0, E)$ et sur W^1 une variété de points triples, etc.

Soit S_{d+1} un espace linéaire auquel appartient V_d, $x_0, x_1, \ldots, x_d$ les coordonnés cartésiennes non homogènes d'un point de S_{d+1}, $f(x_0, \ldots, x_d) = 0$ l'équation de V_d d'ordre m, $P(x_0, \ldots, x_d) = 0$ l'équation d'une forme adjointe de V_d d'ordre $m-d-2$ et soit enfin M_k une sous-variété algébrique, irréductible, non singulière, tracée sur V_d. Nous dirons que M_k est *topologiquement générale* (t. g.) lorsque tout h-cycle ($h \leqq k-1$) de la riemannienne de V_d peut se réduire par homologie à un h-cycle de la riemannienne de M_k. Une forme différentielle de première espèce ω, de degré quelconque $s \leqq d$, ne peut pas s'annuler sur M_k, sans qu'il n'arrive la même chose sur la variété V_d; ce qui découle d'un important et bien connu théorème de M. Hodge (*voir* par exemple le volume III de mon Ouvrage : *Geometria dei sistemi algebrici sopra una superficie e sopra una varietà algebrica*, Roma, Cremonese, 1959, p. 229-267). On peut en déduire de suite, qu'en désignant par i_s les nombres des formes différentielles de première espèce indépendantes, de degré s, qui existent sur V_d, les nombres des formes différentielles indépendantes de première espèce et des mêmes degrés sur V_d et sur M_k, sont les mêmes.

Souvenons-nous en outre que la dernière irrégularité q_d de V_d est définie par la différence $P_g^d - P_a^d$ entre le genre géométrique P_g^d et le genre arithmétique de V_d (vol. III, p. 277).

Supposons aussi connue la relation de Severi-Kodaira (vol. III, p. 274) :

$$P_a^d = i_d - i_{d-1} + i_{d-2} + \ldots + (-1)^{d-1} i_1,$$

donnée d'une manière inductive en 1909 par le premier des deux auteurs et démontrée par le second en 1954. Comme $i_d = P_g^d$ on peut écrire la dernière irrégularité de V_d de la manière suivante :

$$q_d = i_{d-1} - i_{d-2} + \ldots + (-1)^d i_1.$$

La dernière irrégularité q_k de W_k résulte, analoguement, exprimée par

$$q_k = i_{k-1} - i_{k-2} + \ldots + (-1)^k i_1.$$

Nous définissons q_k comme *irrégularité k-dimensionnelle* de V_k. On a donc, d'après cette définition, que :

L'irrégularité k-dimensionnelle de V_k *est la dernière irrégularité d'une sous-variété irréductible, non singulière, t. g., de dimension k, de* V_d.

Nous dirons qu'une intégrale $(d-1)$-ple de première espèce, existante sur V_d, est *impropre*, lorsque toutes ses périodes sont nulles. A ce propos, on démontre le théorème suivant (théorème *a*), que nous avons donné dans une Note récente (*Accademia dei Lincei*, séance du 9 mai 1959) :

Théorème *a*. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une intégrale* $(d-1)$*-ple de première espèce du type*

$$(1) \qquad J = \int \frac{P(x_0, x_1, \ldots, x_d)}{f'_{x_d}} dx_1 dx_2 \ldots dx_d \quad [1],$$

où x_d *est une fonction algébrique des variétés indépendantes* $x_0, x_1, \ldots, x_{d-1}$ *définie par l'équation* $f(x_0, x_1, \ldots, x_d) = 0$ *de* V_d, *soit impropre, est, qu'étant* A *une hypersurface quelconque de* V_d, *il n'existe aucune variété canonique* AA′ *de* A *qui appartienne à la trace de* P = 0 *sur* A.

Du théorème *a* on déduit de suite en premier lieu que $\delta = i_{d-1}$, δ étant la déficience du système $|AA'|$, découpé sur A par son système adjoint $|A'|$, ce qui donne l'extension aux variétés d'un théorème connu d'Enriques-Picard, et en second lieu on obtient la *relation fondamentale*

$$(2) \qquad q_d + q_{d-1} = i_{d-1},$$

où q_d, q_{d-1} sont les deux dernières irrégularités de V_d, et où i_{d-1} est le nombre des formes de première espèce indépendantes de degré $d-1$ existantes sur V_d. Souvenons-nous que, suivant la définition donnée ci-dessus des irrégularités de V_d et de E, q_{d-1} est, soit la pénultième irrégularité de V_d, comme la dernière irrégularité de la section hyperplane E de V_d.

Pour arriver à (2) on établit avant tout la relation

$$(3) \qquad q_d + q_{d-1} = \delta + \sigma,$$

où δ est (comme nous l'avons dit tout à l'heure) la déficience du système canonique $|AA'|$ et σ la surabondance ou irrégularité d'un tel système, pourvu que le système complet qui la renferme, ne soit pas régulier (*voir* la Note citée des *Lincei*, 9 mai 1959).

La relation (3) avait été donnée précédemment par des moyens classiques, comme l'auteur l'a fait au lieu cité, par M. Marchionna (*Rend. Acc. Lincei*, 24, p. 673). D'un autre côté, si l'on applique la relation (3) au système adjoint à un multiple convenablement élevé du système $|E|$, on a $\sigma = 0$. (*Voir* le Mémoire de l'auteur : *Fondamenti per la geometria sulle varietà algebriche* (*Rend. Circ. Mat. Palermo*, 28) cité dans la suite

aussi comme *Fondamenti I* (1909). Le théorème auquel nous faisons allusion, se trouve au n° 9 des *Fondamenti I*, et il est aussi contenu, comme cas particulier, dans le théorème que M. Marchionna appelle théorème de régularité de Severi-Zariski (vol. III cité, p. 411).

2. *Théorème de régularité du système adjoint.* — La propriété qu'on a démontrée dessus, c'est-à-dire que les variétés ∞^k t. g. de V_d ont la dernière irrégularité égale à l'irrégularité q_k de V_d, et le théorème *a* affirmant que la déficience du système $|AA'|$, découpé sur A par son système adjoint, est égale à i_{d-1}, nous permettent de calculer la dimension de l'adjoint $|A'|$ dès qu'on suppose A t. g.

En effet, si l'on indique par P_g^{d-1} le genre géométrique de A, la dimension du système canonique complet de A est $P_g^{d-1} - 1$ et alors, une fois connue la déficience du système $|AA'|$ contenu dans le dit système canonique, on peut déterminer la dimension ρ de $|A'|$ au moyen de la relation

$$\dim |A'| - \dim |AA'| - 1 = \dim |A' - A| = P_g^d - 1,$$

où P_g^d est le genre géométrique de V_d, dont le système canonique est justement $|A' - A|$. On en tire alors

$$\rho = \dim |A'| = \dim |AA'| + P_g^d$$

et puisqu'il est

$$\dim |AA'| = P_g^{d-1} - 1 - \delta,$$

on a

(4) $$\rho = P_g^{d-1} - 1 - \delta + P_g^d.$$

Mais il est (n° 1) :

$$\delta = i_{d-1}$$

et l'on a donc en conclusion

(5) $$\rho = P_g^{d-1} - 1 - i_{d-1} + P_g^d.$$

Réfléchissons maintenant que, dans nos hypothèses, puisque A est t. g. son irrégularité $(d-1)$-dimensionnelle $q_{d-1} = P_g^{d-1} - P_a^{d-1}$ (où P_a^{d-1} est le genre arithmétique de A) est égale à la q_{d-1} de V_d. On a donc encore

$$\rho = P_a^{d-1} - 1 + P_a^d + q_{d-1} + q_d - i_{d-1},$$

c'est-à-dire, en tenant compte de la relation (2),

$$\rho = P_a^{d-1} - 1 + P_a^d.$$

Mais, comme nous l'avons déjà rappelé (*Fondamenti I*, n° 9), la dimension régulière $\bar{\rho}$ de l'adjoint à un système $|A|$ de genre P_a^{d-1} sur une variété de genre P_d^a est

$$\bar{\rho} = P_a^{d-1} - 1 + P_a^d$$

et, par conséquent,

$$\rho = \bar{\rho}.$$

Nous avons prouvé ainsi la régularité du système adjoint à une hypersurface A t. g.

3. *Théorème de la surabondance.* — Maintenant démontrons que : *Si le système* | A′ |, *adjoint à une hypersurface t. g., n'est pas régulier, la surabondance du système est égale au nombre* σ_{d-1} *des formes de première espèce indépendantes, de degré* $d-1$, *non identiquement nulles sur* V_d, *qui s'annulent sur* A.

En effet, ayant recours encore au théorème *a* on peut maintenant démontrer facilement que la déficience δ du système | AA′ |, découpé sur l'hypersurface A par son propre adjoint | A′ |, est donnée par

$$\delta = i_{d-1} - \sigma_{d-1};$$

et si l'on remplace dans la relation (5) du n° 2, δ par cette expression, on arrive à la conclusion

$$\rho = P_a^{d-1} - 1 + P_a^d + \sigma_{d-1},$$

c'est-à-dire, à cause du n° 2, on obtient le théorème énoncé.

On en déduit que :

La condition nécessaire et suffisante pour la régularité du système | A′ | *adjoint à une hypersurface* A, *est que* A *soit t. g.*

Ceci est vrai jusqu'à $d = 2$ (²).

(*) Séance du 11 janvier 1960.

(¹) Pour le cas $d = 2$, *voir* aussi vol. III, p. 231.

On arrive analoguement, en commençant à étendre le théorème *a* aux intégrales impropres $(d-2)$-ples, $(d-3)$-ples, etc. de V_d et en étendant ensuite le raisonnement exposé ci-dessus, à d'intéressants résultats sur les *conditions d'intégrabilité* des intégrales doubles, triples, etc. de première espèce existant sur V_d qui étendent la théorie des *intégrales simples semi-exactes* de première espèce (*voir* la page 187 du volume II de notre Ouvrage cité), qui appartiennent à V_d, c'est-à-dire à déterminer parmi lesdites conditions celles qui sont indépendantes. Tout cela, nous espérons l'exposer ailleurs.

(²) *Voir* à ce propos des travaux publiés par l'auteur dans les années 1905, 1908, 1947, ainsi qu'une Note de A. Franchetta (1949).

Si $d = 2$, une courbe est t. g. sur la surface F lorsqu'elle n'appartient pas à un faisceau irrationnel. Si F ne contient pas des systèmes réductibles d'intégrales simples de première espèce, toute courbe de F est t. g.

Si $d = 3$ toute courbe de V_3 est t. g. si la variété ne contient pas des systèmes réductibles d'intégrales simples et toute surface Φ de V_3 est t. g. si l'irrégularité superficielle de Φ est égale à l'irrégularité superficielle de V_3.

THERMODYNAMIQUE MACROSCOPIQUE. — *Transformations faiblement irréversibles et relations de Onsager. Échanges thermiques et résistances passives.* Note (*) de M. **Maurice Roy.**

1. Je me réfère aux notations d'une Note précédente [1] et, quant à l'expression du second principe en Thermodynamique macroscopique, à l'équation (1) de ladite Note. L'attention est portée ici sur un élément matériel de milieu continu, de masse invariable $dm = \rho\, dV$ et sur ses transformations « faiblement irréversibles », c'est-à-dire se déroulant au *voisinage d'un état d'équilibre thermodynamique.*

2. Pour notre élément, l'*état intérieur*, abstraction faite donc de translation ou rotation d'ensemble, est défini par des variables (ξ_i, T; $i = 1, 2, \ldots, r$) dites *effectives* parce qu'intervenant effectivement dans l'énergie interne U et l'entropie S de cet élément. A celles-ci s'ajoutent des variables (η_k; $k = 1, 2, \ldots, s$) dites *ineffectives* parce que non nécessaires à la définition de l'état, mais intervenant, au moins par leurs vitesses de variation $\dot{\eta}_k$ (notation $\dot{g} \equiv dg/dt$), dans la chaleur $d'Q$ reçue par l'élément et dans le travail non compensé $d'f$ de ses irréversibilités intrinsèques. Une variable effective ξ_i peut être une combinaison de variables ineffectives η_k, auquel cas leur relation d'interdépendance est annexée à la définition du système (*cf.* plus loin l'exemple du fluide ordinaire visqueux).

Les ξ_i, T, η_k sont expressément supposées variables *normales*, au sens de Helmholtz-Duhem, d'où notamment insensibilité de $d'f$ à dT.

3. Excluant ci-après les actions magnétiques et les cas très exceptionnels où $d'Q$ et $d'f$ ne dépendraient pas seulement de la variation de l'état intérieur de notre élément, nous posons

$$d'Q = l_i\, d\xi_i + \lambda_k\, d\eta_k + c\, dT, \tag{15}$$

$$d'f = f_i\, d\xi_i + \varphi_k\, d\eta_k. \tag{16}$$

Les « chaleurs latentes » l_i et λ_k, la « capacité calorifique » c, les « résistances passives intrinsèques » $-f_i$ et $-\varphi_k$ (relatives aux ξ_i et η_k) ne dépendent au plus que des variables (ξ_i, T, η_k) et de leurs vitesses de variation ($\dot{\xi}_i$, $\dot{T}$, $\dot{\eta}_k$). Des ξ_i ou η_k peuvent être des dérivées spatiales de grandeurs physiques (cas, par exemple, de la déformation géométrique de l'élément par rapport au déplacement d'un point courant dudit élément).

En l'équilibre thermodynamique (ξ_i, η_k posés nuls; grad $T \equiv 0$; $T \equiv T_0$; $\dot{\xi}_i = \dot{T} = \dot{\eta}_k = 0$) au voisinage duquel on reste par hypothèse, les ξ_i, η_k, $\tau = T - T_0$, et les $\dot{\xi}_i$, $\dot{\eta}_k$, $\dot{\tau}$ sont censés rester du premier ordre, et les f_i

et φ_k sont censés être *linéarisables*, donc s'exprimer en

$$(17)\quad \begin{cases} f_i = f'_{ij}\xi_j + f'_{il}\eta_l + f'_i\tau + f''_{ij}\dot{\xi}_j + f''_{il}\dot{\eta}_l + f''_i\dot{\tau}, \\ \varphi_k = \varphi'_{kj}\xi_j + \varphi'_{kl}\eta_l + \varphi'_k\tau + \varphi''_{kj}\dot{\xi}_j + \varphi''_{kl}\dot{\eta}_l + \varphi''_k\dot{\tau}, \\ \quad (j \text{ muet} = 1, 2, \ldots, r;\ l \text{ muet} = 1, 2, \ldots, s), \end{cases}$$

les f', f'', φ', φ'' étant des coefficients fixes et relatifs à l'état d'équilibre en question (et, comme tel, défini seulement par $\xi_i = 0$, $\tau = 0$). Selon la nature des résistances passives du système, certains coefficients f', f'', ... sont nuls par définition, une « viscosité » par exemple ne faisant jouer dans (17) que des termes de « vitesse » $(\dot{\xi}_j, \dot{\eta}_l \text{ ou } \dot{\tau})$.

4. L'identification des expressions (15) et (1) de $d'Q$, celle-ci complétée par (16), permet d'établir qu'au second ordre près et à tout instant des mouvements envisagés

$$(18)\quad \begin{cases} l_i \equiv T\dfrac{\partial S}{\partial \xi_i} - (f'_{ij}\xi_j + f'_{il}\eta_l + f'_i\tau + f''_{ij}\dot{\xi}_j + f''_{il}\dot{\eta}_l + f''_i\dot{\tau}), \\ \lambda_k \equiv \qquad - (\varphi'_{kj}\xi_j + \varphi'_{kl}\eta_l + \varphi'_k\tau + \varphi''_{kj}\dot{\xi}_j + \varphi''_{kl}\dot{\eta}_l + \varphi''_k\dot{\tau}), \\ c \equiv \dfrac{T\,\partial S(\xi_i, T)}{\partial T}. \end{cases}$$

Avec les variables « normales » adoptées, c ne dépend donc que des ξ_i et T, tandis que les chaleurs latentes l_i et λ_k se relient très directement aux f_i et φ_k, et l_i, en outre, à $T\,\partial S/\partial\xi_i$.

5. La combinaison de (16) et (17) permet d'écrire

$$(19)\quad d'f = dt\,\{(f'_{ij}\xi_j + f'_{il}\eta_l + f'_i\tau + f''_{ij}\dot{\xi}_j + f''_{il}\dot{\eta}_l + f''_i\dot{\tau})\dot{\xi}_i + (\varphi'_{kj}\xi_j + \varphi'_{kl}\eta_l + \varphi'_k\tau + \varphi''_{kj}\dot{\xi}_j + \varphi''_{kl}\dot{\eta}_l + \varphi''_k\dot{\tau})\dot{\eta}_k\}.$$

Les *relations, dites phénoménologiques, de Onsager* traduisent la réversibilité microscopique, que dissimule l'irréversibilité macroscopique, et s'expriment ici :

$$(20)\qquad f''_{ij} = f''_{ji}; \qquad f''_{il} = \varphi''_{li}; \qquad \varphi''_{kl} = \varphi''_{lk}.$$

On voit qu'elles n'atteignent pas tous les termes « croisés » de (19), par exemple f'_{il} et f'_{li}, si tous les f', φ', f''_i et φ''_k ne sont pas nuls, ce qui dépend essentiellement de la nature des résistances passives.

Le second principe exprime ici, mais sous une forme universelle qui n'est donc pas liée à une étude phénoménologique de chaque sorte de transformation, que $d'f$ est toujours positif, nul seulement en transformation réversible ou subréversible.

Les relations (20) ne sont pas *a priori* conséquence forcée de ce principe.

6. Ces relations (20) peuvent être affirmées ou bien, à l'instar de Onsager, et sous réserve de vérification expérimentale, à partir de l'admission d'une

réversibilité à l'échelle microscopique, ou bien comme traduisant une *loi générale de réciprocité* que j'exprimerais ainsi : *dans toute transformation réelle d'un élément de milieu continu s'effectuant au voisinage d'un équilibre thermodynamique, toute contribution apportée à la chaleur reçue par cet élément comme au travail de ses résistances passives intrinsèques par la vitesse d'une variable normale en relation avec la variation d'une autre telle variable,* T *étant toujours excepté, s'accompagne d'une égale et réciproque contribution où les rôles des mêmes variables sont inversés.*

7. Soulignons un exemple remarquable, celui du fluide ordinaire visqueux, où les relations (20) de Onsager, ou notre équivalente loi de réciprocité, découlent des seuls principes de la Thermodynamique et d'une théorie linéarisée de la viscosité, sans nul autre complément « phénoménologique ».

A partir du déplacement $\zeta_m(x_n, t)$, où m, $n = 1, 2, 3$, du point courant x_n de notre élément, notons $e_{mn} = (\partial\zeta_m/\partial x_n + \partial\zeta_n/\partial x_m)/2$ la « déformation », au premier ordre, de cet élément. Par définition, $e_{mn} = e_{nm}$. Les e_{mn} sont les variables ineffectives η_k du n° 2, tandis que les ξ_i se réduisent à la seule densité ρ, liées aux e_{mn} par $\dot\rho/\rho = -\dot e_{mm}$ (m muet), d'où

$$\xi \equiv \rho = \frac{\rho_0}{\exp[e_{mm} - (e_{mm})_0]}.$$

Ne retenant ξ que dans les fonctions d'état, posons $f_i \equiv 0$ et, avec $\theta_{mn} = \theta_{nm}$ comme $e_{mn} = e_{nm}$:

$$(21) \qquad d'f \equiv \varphi_k\, d\eta_k = dV\, dt\, \theta_{mn}\, \dot e_{mn} \qquad (m,\ n,\ \text{muets}).$$

Les principes cités, desquels dérivent les théorèmes généraux de la Mécanique, suffisent pour établir : *a.* que la contrainte interne du fluide se définit :

$$P_{mn} = p - t_{mn}, \qquad \text{avec} \quad p \equiv \frac{\rho^2\, \partial(U - TS)}{\partial\rho},$$

et *b.* que les tensions complémentaires visqueuses t_{mn} constituent un tenseur symétrique ($t_{mn} = t_{nm}$), à composantes identiques aux θ_{mn} de (21).

Ensuite, la théorie linéarisée de Navier-Stokes, qui rentre dans la conception (17) avec $f_i \equiv 0$ et

$$\varphi_k \equiv \theta_{mn} = \psi_{mnpq}\, \dot e_{pq} \qquad (p,\ q,\ \text{muets} = 1, 2, 3),$$

établit les relations (20) de Onsager, c'est-à-dire $\psi_{mnpq} = \psi_{mnqp} = \psi_{nmpq} = \psi_{nmqp}$, puisque les $9 \times 9 = 81$ coefficients ψ se réduisent à $6 \times 6 = 36$, comme les neuf $\dot e$ se réduisent à six distincts.

Enfin, l'isotropie fondamentale du milieu ramène les ψ_{mnpq} aux deux seuls coefficients de Navier, notés ici M et N, soit

$$(23) \qquad \theta_{mn} = t_{mn} = K_{mn} M\, \dot e_{pp} + 2N\, \dot e_{mn} \qquad (p\ \text{muet} = 1, 2, 3;\ K_{mn},\ \text{tenseur unité}).$$

Alors, d'après (21), on a

$$(24)\quad \begin{cases} \dfrac{d'f}{dV\,dt} \equiv \theta_{mn}\,\dot{e}_{mn} = M(\dot{e}_{pp})^2 + 2N\,\dot{e}_{mn}^2 \equiv 2\varpi(\dot{e}_{mn}) & [m,\ n,\ p = m = n,\ \text{muets}], \\ \theta_{mn} = t_{mn} = \dfrac{\partial\varpi}{\partial\dot{e}_{mn}} & [\text{y compris } m = n = p]. \end{cases}$$

Ici, *les résistances passives* — φ_k *dérivent donc d'un potentiel* — $\varpi(\dot{e}_{mn})$, forme quadratique des vitesses de déformation dont le Second Principe affirme d'ailleurs que ϖ est « forme définie positive » (d'où $3M + 3N \geqq 0$ et $N \geqq 0$).

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) M. Roy, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 35.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

PRÉSENTÉS OU TRANSMIS PAR LES MEMBRES ET CORRESPONDANTS.

ARITHMÉTIQUE. — *Systèmes diophantiens linéaires.*
Note (*) de M. **Eugène Ehrhart**, présentée par M. René Garnier.

Si les coefficients des équations et des inéquations sont rationnels, toute solution du système peut s'interpréter comme point entier d'un domaine polyédrique *rationnel.* Les Notes précédentes (¹) permettent alors de ramener à des cas relativement simples la recherche du nombre de solutions.

Notations. — P_n désigne le domaine déterminé par les équations et inéquations du système. Il correspond à P_1 par une homothétie entière. Le nombre de solutions en nombres entiers est N; N_0 *quand* $\geqq$ *et* $\leqq$ *remplacent tous les* $>$ *et* $<$.

Ex. 1 : $X+Y+Z+T<n, \quad X, Y, Z, T>0.$

P_1 est le simplexe (0, 0, 0, 0) (1, 0, 0, 0) (0, 1, 0, 0) (0, 0, 1, 0) (0, 0, 0, 1) dont

$$C=\frac{1}{24}, \qquad V_F=\frac{5}{6}, \qquad p=5 \qquad \text{et} \qquad i=0.$$

D'où

$$\Delta=\frac{59}{24} \quad \text{et (th. 3 [23])} \quad N=\frac{1}{24}n^4-\frac{5}{12}n^3+\frac{35}{24}n^2-\frac{25}{12}n+1=C_{n-1}^4, \qquad N_0=C_{n+4}^4.$$

Ex. 2 : $X+3Y+3Z+6T+6U=6n, \quad X, Y, Z, T, U>0.$

On voit que N = 0 pour n = 1, 2, 3. Mais le simplexe

$$P_1(6,0,0,0,0)\,(0,2,0,0,0)\,(0,0,2,0,0)\,(0,0,0,1,0)\,(0,0,0,0,1)$$

étant entier, N est un polynome dont les termes extrêmes sont Cn^4 et $+1$ (th. 3 [23]). Donc $N=(n-1)(n-2)(n-3)[nC-(1/6)]$. On trouve $C=1/6$ en remarquant que $N=3$ pour $n=4$. D'où

$$N=\frac{1}{6}(n-1)^2(n-2)(n-3) \qquad \text{et} \qquad N_0=\frac{1}{6}(n+1)^2(n+2)(n+3).$$

Ex. 3 : $\dfrac{709}{210}=\dfrac{X}{2}+\dfrac{Y}{3}+\dfrac{Z}{5}+\dfrac{T}{7}, \qquad X, Y, Z, T>0.$

D'après le théorème 1 [21], $x+y+z+t=6$, $x, y, z, t>0$ a même nombre de solutions, soit $\underline{N=C_5^3=10}$ (²).

Ex. 4 : $X+Y<\dfrac{3n}{4}, \qquad X-Y<\dfrac{3n}{4}, \qquad -\dfrac{X}{2}<Y<2X.$

P_1 est le quadrilatère (1/4)-entier (0, 0) (1/2, — 1/4) (3/4, 0) (1/4, 1/2). $S_1=9/32$ et pour n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, i_n = 0, 1, 3, 3, 5, 9, 14. La cinquième

formule du théorème 4 [24] donne N, puis le théorème 5 [24] fournit N_0 par simple changement de signes. Si $n = 4K, 4K + 1, 4K + 2, 4K + 3$:

$$N = \frac{9}{32}n^2 - \frac{5}{8}n + 1, \quad \frac{9}{32}n^2 - \frac{7}{16}n + \frac{5}{32}, \quad \frac{9}{32}n^2 - \frac{n}{4} + \frac{3}{8}, \quad \frac{9}{32}n^2 - \frac{n}{16} + \frac{21}{32}$$

et

$$N_0 = \frac{9}{32}n^2 + \frac{5}{8}n + 1, \quad \frac{9}{32}n^2 + \frac{n}{16} + \frac{21}{32}, \quad \frac{9}{32}n^2 + \frac{n}{4} + \frac{3}{8}, \quad \frac{9}{32}n^2 + \frac{7n}{16} + \frac{5}{32}.$$

Ex. 5 : $\quad -X < Y < 2X, \quad 3Y > -200, \quad X + Y < 200,$

$$2Y - X < 100, \quad 9X - 3Y < 1400.$$

P_1 est l'hexagone (1/3)-entier

$$(0, 0)\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)(1, 1)\left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right), \qquad S_1 = \frac{11}{6}, \qquad i_1 = 1, \qquad i_5 = 25.$$

Par le théorème 4 [24] si $n = 3K + 1$, $N = (11n^2/6) - (7n/6) + (1/3)$. Donc pour $n = 100$, $\underline{N = 18\,217}$.

Or $p_1 = 2$, $p_4 = 8$. Donc

$$p_{100} = 33(p_4 - p_1) + p_1 = 200 \qquad \text{et} \qquad \underline{N_0 = 18\,417}.$$

Ex. 6 : $\quad X + 2Y + 3Z = 200, \quad X, Z > 0, \quad 2Y > X.$

P_1 est le triangle (1/3)-entier (1, 0) (2, 0) (0, 4/3) du plan YOZ. $S_1 = 2/3$, $i_2 = 1$, $i_5 = 12$. Par le théorème 4 [24], si $n = 3K + 2$, $N = (n-1)(2n-1)/3$. Donc pour $n = 50$, $\underline{N = 1617}$. Comme par la première formule de ce théorème

$$p_{50} = 16(p_5 - p_2) + p_2 = 100, \qquad \underline{N_0 = 1617 + 100 = 1717}.$$

Ex. 7 : $\quad 2X + 4Y + 3Z < 400, \quad X, Y, Z > 0.$

P_1 est le tétraèdre (1/3)-entier (0, 0, 0) (2, 0, 0) (0, 1, 0) (0, 0, 4/3). $V_1 = 4/9$. D'après le théorème 7 [24] pour $n = 3K + 1$, $N = (4n^3/9) + an^2 + bn + c$. Comme pour $n = 1, 4, 7$,

$$N = 0, 9, 84, \qquad N = \frac{4n^3}{9} - \frac{5n^2}{3} + 2n - \frac{7}{9} - \frac{(n-1)^2(4n-7)}{9}.$$

Donc pour $n = 100$, $\underline{N = 427\,977}$.

Or $p_1 = 5$, $p_4 = 55$, $p_7 = 165$. Donc

$$p_{100} = 31\,C^2_{33}(p-1)^{(2)} = 3\,335 \qquad \text{et} \qquad \underline{N_0 = 461\,312}.$$

Ex. 8 : $\quad X + 3Y + 3Z + 6T + 6U - 3 = 6n, \quad X, Y, Z, T, U > 0.$

En posant $2n + 1 = n'$,

$$X + 3Y + 3Z + 6T + 6U = 3n'.$$

P_1 est le simplexe semi-entier

$$(3, 0, 0, 0, 0)\,(0, 1, 0, 0, 0)\,(0, 0, 1, 0, 0)\left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, 0\right)\left(0, 0, 0, 0, \frac{1}{2}\right).$$

dont $C = C_u/6 = 1/96$. D'après le théorème 7 [24] pour les n' impairs

$$N = \frac{n'^4}{96} + an'^3 + bn'^2 + cn' + d.$$

Or pour $n' = 1, 3, 5, 7$, $N = 0, 0, 0, 1$. D'où

$$N = \frac{(n'-1)(n'-3)(n'-5)^2}{96} \quad \text{et donc} \quad N_0 = \frac{(n'+1)(n'+3)(n'+5)^2}{96},$$

ou

$$N = \frac{n(n-1)(n-2)^2}{6} \quad \text{et} \quad N_0 = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)^2}{6}.$$

Ex. 9 : $X + 2Y = 4n$, $Y + 3Z = 6n$, $Z + 2T = 7n$, $X > 2Y$, $Z < 5T$.

P_1 est le segment de droite (1/3)-entier A (2, 1, 5/3, 8/3) B (22, —9, 5, 1). Les composantes du vecteur $\vec{V}$ qui a pour extrémités deux points entiers consécutifs de la droite sont 12, —6, 2, 1. La longueur réticulaire de AB est donc $l_1 = (X_B - X_A)/V_X = 5/3$. Or $i_1 = 1$, $i_2 = 3$. Donc pour $n = 3K$, $3K + 1$, $3K + 2$,

$$N = \frac{5n}{3} - 1, \quad \frac{5n}{3} - \frac{2}{3}, \quad \frac{5n}{3} - \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad N_0 = \frac{5n}{3} + 1, \quad \frac{5n}{3} + \frac{1}{3}, \quad \frac{5n}{3} + \frac{2}{3}.$$

Ex. 10 : $X - 3Y + 2T = 5n$, $3X - Y + 2Z + T = 5n$, $X, Y, Z, T > 0$.

Le système est équivalent à

$$T = 2(X + Y + Z), \quad 5X + Y + 4Z = 5n, \quad X, Y, Z > 0$$

ou

$$T = 2(X + Y + Z), \quad Y = 5n - 5X - 4Z, \quad 5X + 4Z < 5n, \quad X, Z > 0.$$

P_1 est donc le triangle (1/4)-entier (0, 0) (1, 0) (0, 5/4) du plan XOZ. $S_1 = 5/8$. Pour $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, $i_n = 0, 1, 3, 6, 10, 16, 23$. Par les théorèmes 4 et 5 de [24] :

si n est pair, $N = \frac{5n^2}{8} - \frac{5n}{4} + 1$ et $N_0 = \frac{5n^2}{8} + \frac{5n}{4} + 1$;

si $n = 4K + 1$, $N = \frac{5(n-1)^2}{8}$ et $N_0 = \frac{5n^2}{9} + \frac{5n}{4} + \frac{9}{8}$;

si $n = 4K + 3$, $N = \frac{5n^2}{8} - \frac{5n}{4} + \frac{9}{8}$ et $N_0 = \frac{5(n+1)^2}{8}$.

Remarque. — Les exemples 1, 2, 7, 8 s'appuient sur des théorèmes conjecturaux; ils les confirment (³).

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(¹) Note [24], *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 272; [23], 248, 1959, p. 1281; [22], 248, 1959, p. 1096.

(²) Les solutions des deux équations sont liées par $X = 2x - 1$, $Y = 3y - 2$, $Z = 5z - 3$, $T = 7t - 6$.

(³) *Ex.* 1 : Le résultat est classique. *Ex.* 2 : Par le théorème 4 [22] on obtient aussi $C = C_u/6 = 1/6$. *Ex.* 7 : Pour $n = 10$ la formule donne $N = 297$, ce qu'on vérifie directement. *Ex.* 8 : $n' = 9$ et $n = 1$ donnent respectivement $N = 8$ et $N_0 = 16$; on le vérifie par l'essai des combinaisons.

TOPOLOGIE. — *L'obstruction à la construction d'une section d'un fibré au sens de Kan.* Note (*) de M. **Michel Zisman**, présentée par M. Joseph Pérès.

Une nouvelle définition des groupes d'homotopie d'un complexe semi-simplicial complet permet de définir l'obstruction à la construction d'une section d'un fibré au sens de Kan. Dans une prochaine publication on définira la cochaîne différence, et l'on montrera que tous les théorèmes classiques de cette théorie sont valables pour les fibrés au sens de Kan.

1. *Groupes d'homotopie.* — On désigne par $\dot{\Delta}^n$ (resp. $\ddot{\Delta}^n$) le $(n-1)$-squelette [resp. $(n-2)$] du complexe Δ^n, par O le sommet $d_1 \ldots d_n \delta^n$, par I le complexe Δ^1 [pour ces notations *voir* (2)]. Soit X un complexe satisfaisant à la condition d'extension de Kan, et $e \in X_0$. Soit $\pi'_n(X, e)$ l'ensemble des classes d'équivalences entre applications $(\dot{\Delta}^{n+1}, o) \to (X, e)$ pour la relation $f \sim g$ si f et g sont homotopes par une homotopie k : $(I \times \dot{\Delta}^{n+1}, I \times o) \to (X, e)$. L'homotopie $\Omega_{n+1} : I \times \Delta^{n+1} \to \Delta^{n+1}$ du lemme 4 de (2) induit une homotopie $\Omega_{n+1} : I \times \Lambda^0 \to \Lambda^0$ où Λ^0 est le sous complexe de $\dot{\Delta}^{n+1}$ engendré par les faces $d_i \delta^{n+1}$ avec $i > o$. Si f est une application $(\dot{\Delta}^{n+1}, o) \to (X, e)$, il existe d'après le théorème d'extension des homotopies une homotopie $k : (I \times \dot{\Delta}^{n+1}, I \times o) \to (X, e)$ prolongeant f et $f \circ \Omega_{n+1} : I \times \Lambda^0 \to X$. On pose $\mathcal{F} = k(d_1 \delta^1,) : (\dot{\Delta}^{n+1}, \Lambda^0) \to (X, e)$, et l'on a $f \sim \mathcal{F}$. Mais $\mathcal{F} \circ \widetilde{d_0 \delta^{n+1}} : (\Delta^n, \dot{\Delta}^n) \to (X, e)$ est un représentant d'un élément $\bar{f}$ du groupe $\pi_n(X, e)$ [*cf.* (1)].

Théorème 1.1. — *L'application $f \to \bar{f}$ passe au quotient par $\sim$ et induit une bijection naturelle $\pi'_n(X, e) \to \pi_n(X, e)$.*

La bijection naturelle précédente permet d'identifier π'_n et π_n, π'_n étant muni de la structure de groupe induite par celle de π_n.

Proposition 1.2. — *Soient $\Phi : \ddot{\Delta}^{n+2} \to X$ une application telle que $\Phi(d_2 \ldots d_{n+2} \delta^{n+2}) = s_0 e$,*

$$\Phi_i = \Phi \circ \widetilde{d_i \delta^{n+2}} : (\dot{\Delta}^{n+2}, o) \to (X, e) \qquad (i = o, \ldots, n+2)$$

et $\bar{\Phi}_i$ la classe d'équivalence de Φ_i, on a

$$\sum_{i=0}^{n+2} (-1)^i \bar{\Phi}_i = o.$$

2. *Système local de l'homotopie de la fibre attaché à une section sur le* 1*-squelette.* — Soit $p : E \to B$ un fibré (au sens de Kan). Si $b \in B_0$ on désignera par F_b la fibre au-dessus de B.

2.0. Soient $p : E \to \Delta^1$ un fibré, g une section; on écrit 1 au lieu de $d_0 \delta^1$, et l'on désigne par S le complexe engendré par $g\delta^1$, par μ l'application $I \times (F_0 \cup S) \to E$ telle que $\mu(\alpha, x) = x$, $\mu(\alpha, \varphi g \delta^1) = g\,\Omega_1(\alpha, \varphi \delta^1)$

($\alpha \in I$, $x \in F_0$, φ suite de d_i et s_j). Il existe alors une homotopie $k : I \times E \to E$ telle que : (i) $p \circ k = \Omega_1$; (ii) $k(1, \ ) =$ identité; (iii) $k \mid I \times (F_0 \cup S) = \mu$.

2.1. Si $p : E \to B$ est un fibré, g une section sur B^1, $\rho \in B_1$, $x_0 = d_1 \rho$, $x_1 = d_0 \rho$, on appelle $P : \tilde{\rho}^\star E \to \Delta^1$ le fibré induit par $\tilde{\rho} : \Delta^1 \to B$, Q l'application canonique $\tilde{\rho}^\star E \to E$, $\tilde{g}$ la section induite par g, k une homotopie associée à $\tilde{g}$ par le procédé de 2.0, i_1 l'injection canonique $F_{x_1} \to \tilde{\rho}^\star E$. Alors $Q \circ (k(0, \ ) \mid F_1) \circ i_1 : (F_{x_1}, g(x_1)) \to (F_{x_0}, g(x_0))$ induit un homomorphisme

$$\bar{\rho} : \quad \pi_n(F_{x_1}, g(x_1)) \to \pi_n(F_{x_0}, g(x_0))$$

indépendant de l'homotopie particulière k qu'on a choisie satisfaisant à (i), (ii) et (iii).

Théorème 2.2. — *Le système $\mathcal{F}_n(g)$ qui à $b \in B_0$ associe $\pi_n(F_b, g(b))$ et à $\rho \in B^1$ associe l'homomorphisme $\bar{\rho}$ est un système local.*

En particulier si X est un complexe satisfaisant à la condition d'extension de Kan, et si $x \in X_1$, $\sigma \in X_2$ on a :

Théorème 2.3. — *x induit un isomorphisme $\bar{x} : \pi_n(X, d_0 x) \to \pi_n(X, d_1 x)$ qui ne dépend que de la classe d'homotopie de x; de plus $\overline{d_1 \sigma} = \overline{d_2 \sigma} \circ \overline{d_0 \sigma}$.*

3. *L'obstruction à la construction d'une section.* — Soit g une section sur le n-squelette du fibré $p : E \to B$, $x \in B_{n+1}$, $x \notin B^n$. On pose

$$\Phi = \tilde{x} \circ \Omega_{n+1} : I \times \dot{\Delta}^{n+1} \to B.$$

Il existe une homotopie $k : I \times \dot{\Delta}^{n+1} \to E$ telle que : (i) $p \circ k = \Phi$; (ii) $k(1, \alpha) = g(\tilde{x}\alpha)$; (iii) $k(\beta, 0) = s_0^m g(x_0)$ $(\alpha \in \dot{\Delta}^{n+1}, \beta \in I_m, x_0 = d_1 \ldots d_{n+1} x)$.

On désigne par $c^{n+1}(g)\, x$ la classe d'homotopie de

$$k(d_1 \partial^1, \ ) : (\dot{\Delta}^{n+1}, 0) \to (F_{x_0}, g(x_0));$$

cette classe est indépendante de l'homotopie particulière k qu'on choisie satisfaisant à (i), (ii) et (iii). Le théorème 1.1 permet donc d'énoncer :

Proposition 3.1 : *$c^{n+1}(g)$ est une cochaîne de $C^{n+1}(B, \mathcal{F}_n(g))$.*

On a :

Proposition 3.2 : *$c^{n+1}(g) = 0$ si et seulement si g est prolongeable à B^{n+1}.*

Proposition 3.3 : *$c^{n+1}(g)$ est un cocycle* [c'est une application immédiate de 1.2).

Soient $f : B' \to B$ une application, $P : f^\star E \to B'$ le fibré induit par f, $\tilde{g}$ la section sur B'^n induite par g; f induit une application $f^\star$:

$$C^{n+1}(B, \mathcal{F}_n(g)) \to C^{n+1}(B', \mathcal{F}_n(\tilde{g})),$$

Proposition 3.4 : $f^\star c^{n+1}(g) = c^{n+1}(\tilde{g})$.

(*) Séance du 21 décembre 1959.

(1) J. C. Moore, *Semi simplicial complexes and Postnikov Systems* (Lecture Notes, Princeton).

(2) M. Zisman, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 762.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions factorielles d'Étienne Halphen.* Note (*) de M. **Jean Lavoine**, transmise par M. Georges Darmois.

Cette Note continue la précédente ([1]).

9. *Expression de* ef $(\nu; 2x)$ *sous forme de primitive généralisée.* — Rappelons les distributions Y_ν de M. Laurent Schwartz ([1]), ([2]) :

$$Y_\nu = \mathrm{Pf}\, Y(x)\,\frac{x^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)} \quad (\nu = -n), \qquad Y_{-n} = \delta^{(n)}(x) \quad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

$\delta^{(n)}(x)$ désigne la distribution de Dirac et ses dérivées, $Y(x)$ la fonction échelon de Heaviside; le symbole Pf rappelle qu'il s'agit d'une pseudofonction si $\mathrm{Re}\,\nu \leqq 0$; il est inutile si $\mathrm{Re}\,\nu > 0$.

Si l'on indique par $\star$ le produit de convolution (ou composition), $Y_\nu \star Y_{\nu'} = Y_{\nu+\nu'}$ et

$$(9) \qquad Y_{-n} \star g(x) = g^{(n)}(x),$$

$$(9') \qquad Y_\nu \star g(x) = \mathrm{Pf}\int_0^\infty \frac{u^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}\, g(x-u)\, du \qquad (\nu \neq -n),$$

$g(x)$ étant une fonction continue à *décroissance* exponentielle lorsque $x \to -\infty$ (Pf a le même sens qu'en 2).

Alors $Y_{-\nu'} \star g(x) = (d^{\nu'}/dx^{\nu'})\, g(x)$ ou $I^{-\nu'} g(x)$, $\mathrm{Re}\,\nu' > 0$, est la *dérivée* d'ordre ν'. $Y_\nu \star g(x) = I^\nu g(x)$, $\mathrm{Re}\,\nu \geqq 0$ est la *primitive* d'ordre ν [et $I^\nu g(x) \to 0$ exponentiellement quand $x \to -\infty$].

Cela rappelé, revenons aux exponentielles-factorielles.

Si $\nu \neq -n$, on a, d'après (2),

$$\frac{1}{2\Gamma(\nu)}\,\mathrm{ef}(\nu; 2x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)}\, e^{x^2}\, \mathrm{Pf}\int_0^\infty e^{-(u^2-2xu+x^2)}\, u^{\nu-1}\, du$$

$$= e^{x^2}\, \mathrm{Pf}\int_0^\infty \frac{u^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}\, e^{-(x-\nu)^2}\, du = e^{x^2}\, Y_\nu \star e^{-x^2},$$

donc

$$\frac{1}{2\Gamma(\nu)}\,\mathrm{ef}(\nu; 2x) = e^{x^2}\, I^\nu e^{-x^2} \qquad \text{si} \quad \mathrm{Re}\,\nu \geqq 0;$$

$$\frac{1}{2\Gamma(-\nu')}\,\mathrm{ef}(-\nu'; 2x) = e^{x^2}\,\frac{d^{\nu'}}{dx^{\nu'}}\, e^{-x^2} \qquad \text{si} \quad \mathrm{Re}\,\nu' > 0,\ \nu' \neq n.$$

En joignant ces formules à d^α/dx^α ef $(\nu; x) =$ ef $(\nu + \alpha; x)$ on aboutit à

$$\frac{d^\alpha}{dx^\alpha}\,\frac{\Gamma(\nu)}{2^\nu}\, e^{\frac{x^2}{4}}\, I^\nu\, e^{-\frac{x}{4}} = \frac{\Gamma(\nu+\alpha)}{2^{\nu+\alpha}}\, e^{\frac{x^2}{4}}\, I^{\nu+\alpha}\, e^{-\frac{x^2}{4}}$$

d'une curieuse symétrie, où $\mathrm{Re}\,\alpha \geqq 0$, $\nu \neq -n$, $\nu + \alpha \neq -n$; $I^{-\gamma} = d^\gamma/dx^\gamma$ si $\mathrm{Re}\,\gamma > 0$.

10. *Généralisation des fonctions d'Hermite et de Weber.* — Quel que soit ν, la fonction

$$(10) \qquad y_\nu(x) = e^{x^2}\, Y_\nu \star e^{-x^2} = e^{x^2}\, I_\nu\, e^{-x^2}$$

est la solution de l'équation d'Hermite

(10′) $$y'' - 2xy' - 2\nu y = 0,$$

telle que

(10)″ $$y_\nu(0) = \frac{2^{-\nu}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}, \qquad y'_\nu(0) = \frac{2^{1-\nu}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}.$$

D'abord pour $\nu = -n$, (10) donne les polynomes d'Hermite :

$$(-1)^n \mathrm{He}^*_n(x) = e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2} \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

Et (10″) est vérifié car

$$\mathrm{He}^*_{2n}(0) = (-1)^n\frac{(2n)!}{n!} = (-2)^n.1.3.5\ldots(2n-1),$$

$$\mathrm{He}^*_{2n+1}(0) = 0, \qquad \mathrm{He}^{*\prime}_n(0) = n\,\mathrm{He}^*_{n-1}(0).$$

Ensuite pour $\nu = -n$, (10) donne, d'après 9, $y_\nu(x) = \mathrm{ef}(\nu;\, 2x)/2\Gamma(\nu)$ qui, d'après (5″), est bien solution de (10′) vérifiant (10″) car, d'après (1),

$$y_\nu(0) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}{2\Gamma(\nu)} \qquad \text{et} \qquad y'_\nu(0) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma(\nu)}.$$

$y_\nu(x)$ et $\mathrm{ef}(\nu;\, 2x)$ constituent donc une généralisation des polynomes d'Hermite.

On sait d'ailleurs que, $D_\nu(x)$ désignant la fonction de Weber (ou du cylindre parabolique), $2^{-\nu/2}\ e^{x^2/2}\ D_{-\nu}(-x\sqrt{2})$ vérifie (10′) et (10). Donc

$$e^{\frac{x^2}{4}}D_{-\nu}(x) = \frac{2^{\frac{\nu}{2}}}{2\Gamma(\nu)}\mathrm{ef}(\nu;\, -x\sqrt{2}) \qquad (\nu \neq -n).$$

Moyennant la représentation intégrale (2), on retrouve la formule connue

$$e^{\frac{x^2}{4}}D_{-\nu}(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty e^{-xt-\frac{t^2}{2}}t^{\nu-1}\,dt \qquad (\mathrm{Re}\,\nu > 0).$$

11. *Sinus et cosinus factoriels.* — On peut écrire $\mathrm{ef}(\nu;\, x)$ comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire $\mathrm{ef}(\nu;\, x) = \mathrm{Cf}(\nu;\, x) + \mathrm{Sf}(\nu;\, x)$. soit, avec les mêmes notations qu'en 1 et 2,

(11) $$\mathrm{Cf}(\nu;\, x) = \sum_{j=0}^\infty C_{2j}(\nu)\frac{x^{2j}}{(2j)!} = \mathrm{Pf}\int_0^\infty e^{-t^2}t^{\nu-1}\,\mathrm{ch}\,xt\,dt,$$

(11′) $$\mathrm{Sf}(\nu;\, x) = \sum_{j=0}^\infty C_{2j+1}(\nu)\frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!} = \mathrm{Pf}\int_0^\infty e^{-t^2}t^{\nu-1}\,\mathrm{sh}\,xt\,dt.$$

On en déduit pour les dérivées les relations suivantes :

(11″) $$\frac{d}{dx}\mathrm{Cf}(\nu;\, x) = \mathrm{Sf}(\nu+1;\, x), \qquad \frac{d}{dx}\mathrm{Sf}(\nu;\, x) = \mathrm{Cf}(\nu+1;\, x).$$

On obtient aussi des relations de récurrences analogues à celles de 5. Par exemple,

$$\mathrm{Cf}(\nu;\, x) = \frac{x}{2}\,\mathrm{Sf}(\nu-1;\, x) + \frac{\nu-2}{2}\,\mathrm{Cf}(\nu-2;\, x) \qquad (\nu \neq -2n+2),$$

$$\mathrm{Cf}(-2m;\, x) = \frac{x}{2}\,\mathrm{Sf}(-2m-1;\, x) - (m+1)\,\mathrm{Cf}(-2m-2;\, x) + \frac{1}{(2m+2)!}\,\mathrm{He}^{*}_{2m+2}\left(\frac{x}{2}\right) \qquad (m = n-1).$$

(11′) et (11″) justifient pour Sf et Cf les appellations de *sinus* et *cosinus factoriels*; mais il est d'autres raisons.

Si $\nu \neq 0, -1, -2, -3, \ldots$, on peut écrire

$$\mathrm{Cf}(\nu;\, x) = \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\mathrm{cf}(\nu;\, x), \qquad \mathrm{Sf}(\nu;\, x) = \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\mathrm{sf}(\nu;\, x),$$

$$\mathrm{cf}(\nu;\, x) = \sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{\nu}{2}\right)_j \frac{x^{2j}}{(2j)!}, \qquad \mathrm{sf}(\nu;\, x) = \sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{\nu+1}{2}\right)_j \frac{x^{2j+1}}{(2j+1)!}.$$

Ce sont, à la notation près, les fonctions étudiées par Étienne Halphen.

$$\text{(A)} \qquad \lim_{\alpha\to 0}\mathrm{cf}\left(\frac{2}{\alpha};\, x\sqrt{\alpha}\right) = \mathrm{ch}\, x;$$

$$\text{(B)} \qquad \lim_{\alpha\to 0}\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\,\mathrm{sf}\left(\frac{2}{\alpha};\, x\sqrt{\alpha}\right) = \mathrm{sh}\, x.$$

Pour montrer (A), par exemple, on remarquera que, dès que $\alpha < 1$,

$$|r_{J,\alpha}(x)| = \left|\sum_{J+1}^{\infty}\frac{x^{2j}\alpha^{j}}{(2j)!}\left(\frac{1}{\alpha}\right)_j\right| < \sum_{J+1}^{\infty}\frac{j!\,|x|^{2j}}{(2j)!} = \mathrm{R}_J(x)$$

et que

$$\lim_{\alpha\to 0}\mathrm{cf}\left(\frac{2}{\alpha};\, x\sqrt{\alpha}\right) = \sum_{j=0}^{J}\frac{x^{2j}}{(2j)!} + \lim_{\alpha\to 0} r_{J,\alpha}(x);$$

ce qui tend bien vers ch x quand $J \to \infty$, $\mathrm{R}_J(x)$ étant le reste d'une série convergente.

(A) et (B) m'ont été indiquées, sans démonstration, par E. Halphen. Elles sont à compléter par :

$$\lim_{\alpha\to 0}\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}\,\mathrm{ef}\left(\frac{2}{\alpha};\, x\sqrt{\alpha}\right) = e^{x}.$$

(*) Séance du 11 janvier 1960.

(1) L. Schwartz, *Théorie des distributions*, chap. VI.

(2) J. Lavoine, *Calcul symbolique des distributions*, chap. VI.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Saturation dans un espace normé.* Note (*) de M. **Henri Buchwalter**, présentée par M. Jean Leray.

On se propose de montrer comment la théorie de la saturation dans un espace normé E est liée à la théorie des multiplicateurs des « séries de Fourier » construites sur un sous-espace fortement fermé F du dual E′ de E.

Soient E un espace normé (non nécessairement complet), E′ son dual, tels qu'il existe dans E et E′ deux familles de vecteurs (e_i), (f_i), indexées par le même ensemble I (non nécessairement dénombrable) et vérifiant :

a. La famille $(e_i)_{i\in I}$ est totale dans E.

b. Les deux familles sont biorthogonales

$$\langle e_i, f_j\rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } i\neq j, \\ 1 & \text{si } i=j. \end{cases}$$

c. Tout $x\in E$ tel que $\langle x, f_i\rangle = 0$, $\forall\, i\in I$ est nul.

On désigne par $P\subset E$ et $Q\subset E'$ les espaces de polynomes engendrés par chacune des deux familles. P est partout dense dans E. Lorsqu'on munit E′ de sa topologie forte (d'espace de Banach), Q a une adhérence $\overline{Q} = F$, qui est un sous-espace fortement fermé, donc complet, de E′. Soit F′ le dual de cet espace F. On voit facilement que

$$(1) \qquad E\subset F' \quad \text{et si } x\in E \quad \text{alors} \quad \| x\|_{F'}\leq \| x\|_{E}.$$

Nous ferons l'hypothèse supplémentaire suivante :

$$(2) \qquad \text{il existe } a>0 \text{ tel que } \forall\, x\in E : \quad \| x\|_{E}\leq a\| x\|_{F'}.$$

Exemples. — 1. Si E est réflexif alors F = E′ et E = F′.

2. Si $E = \mathcal{C}(-\pi, +\pi)$ avec le système biorthogonal de Fourier

$$E'=\mathcal{C}'(-\pi, +\pi), \qquad F=L^1(-\pi, +\pi) \qquad \text{et} \qquad F'=L^\infty(-\pi, +\pi).$$

3. Si $E = L^1(-\pi, +\pi)$ avec le même système de Fourier, $E' = L^\infty$, $F = \mathcal{C}$ et $F' = \mathcal{C}'$.

Dans tous ces exemples l'hypothèse (2) est valable pour $a = 1$.

A chaque $x\in E$ ou associe sa série de Fourier : $x\sim\sum_i\langle x, f_i\rangle e_i$.

Un procédé de sommation Γ est défini par la donnée des constantes γ^i_ω telles que

$$\forall\, x\in E, \qquad \sum_i \gamma^i_\omega\langle x, f_i\rangle e_i\sim \Gamma_\omega(x)\in E.$$

La variable ω est réelle et décrit R_+ ou N. On étudie, lorsque $\omega\to+\infty$, le comportement, pour tout $x\in E$, de $\| x-\Gamma_\omega(x)\|$.

Nous supposerons encore :

$$\text{(H)}\quad\left\{\begin{array}{l}\text{Il existe une fonction } \rho(\omega) > 0, \text{ tendant vers zéro quand } \omega \text{ tend vers l'infini,}\\ \quad\text{et une famille } (\lambda_i) \text{ de constantes telles que}\\ \lim\limits_{\omega \to +\infty} \dfrac{1-\gamma_\omega^i}{\rho(\omega)} = \lambda_i \neq 0, \qquad \forall i \text{ fixé } \in \mathrm{I}.\end{array}\right.$$

On obtient alors :

THÉORÈME 1 :

$$\| x - \Gamma_\omega(x) \| = o[\rho(\omega)] \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

L'ensemble des $x \in \mathrm{E}$ tels que $\| x - \Gamma_\omega(x) \| = \mathrm{O}[\rho(\omega)]$ est, par définition, la classe de saturation $\Sigma(\Gamma)$ du procédé Γ.

Posant $\mathrm{X}_\omega = [x - \Gamma_\omega(x)]/[\rho(\omega)]$, on a

$$x \in \Sigma(\Gamma) \quad \Rightarrow \quad \| \mathrm{X}_\omega \| = \mathrm{O}(1).$$

THÉORÈME 2. — *Pour tout* $x \in \Sigma(\Gamma)$, X_ω *converge faiblement dans* F', *quand* $\omega \to +\infty$, *vers l'élément* $\mathrm{X} \in \mathrm{F}'$ *défini par* $\langle \mathrm{X}, f_i \rangle = \lambda_i \langle x, f_i \rangle$.

En effet, d'après (1), l'ensemble des (X_ω) est fortement borné dans F' et converge simplement, d'après (H), sur le sous-espace Q partout dense de F. Donc X_ω converge faiblement dans F' vers $\mathrm{X} \in \mathrm{F}'$ et

$$\langle \mathrm{X}, f_i \rangle = \lim \langle \mathrm{X}_\omega, f_i \rangle = \lambda_i \langle x, f_i \rangle.$$

Réciproquement, supposons que, étant donné $x \in \mathrm{E}$, il existe $\mathrm{X} \in \mathrm{F}'$ tel que, pour tout $i \in \mathrm{I}$, $\lambda_i \langle x, f_i \rangle = \langle \mathrm{X}, f_i \rangle$. Si l'on pose

$$\delta_\omega^i = \frac{1-\gamma_\omega^i}{\lambda_i \rho(\omega)}$$

alors pour tout $q = \Sigma \langle e_i, q \rangle f_i \in \mathrm{Q}$ on a

(3) $$\langle \mathrm{X}_\omega, q \rangle = \langle \mathrm{X}, \Delta_\omega(q) \rangle, \qquad \text{où} \quad \Delta_\omega(q) = \sum \delta_\omega^i \langle e_i, q \rangle f_i \in \mathrm{Q}.$$

On dira que la famille $(\delta_\omega^i)_{i\in\mathrm{I}}$ est uniformément de type (F, F) si

(4) $$\| \Delta_\omega(q) \|_{\mathrm{F}} \leq \mathrm{A} \| q \|_{\mathrm{F}} \qquad \text{où A est indépendant de } \omega \text{ et } q \in \mathrm{Q}.$$

Il en résulte alors que (δ_ω^i) définit un procédé de sommation Δ sur F. Mais aussi :

THÉORÈME 3. — *Si la famille* (δ_ω^i) *est uniformément de type* (F, F), *la classe de saturation* $\Sigma(\Gamma)$ *du procédé* Γ *est exactement la variété linéaire des* $x \in \mathrm{E}$ *tels que*

$$\sum_i \lambda_i \langle x, f_i \rangle e_i \sim \mathrm{X} \in \mathrm{F}'.$$

Il suffit, pour le voir, d'utiliser (2).

Remarques. — 1. Si (2) n'est pas vérifiée, les résultats des trois théorèmes restent vrais dans l'espace $\mathrm{E}_{\mathrm{F}'}$, obtenu en munissant E de la norme de F'.

2. Lorsque la suite (λ_i^{-1}) est de type (E, E) on peut montrer que (4) est nécessaire pour la conclusion du théorème 3.

Applications. — 1. Si E est préhilbertien, soit $\hat{E}$ son complété. Alors pour une base orthonormale, $F = E' = \hat{E}$ et $F' = \hat{E}$. La condition (4) se réduit à

(4*) $$\operatorname*{Sup}_{i,\omega} |\delta^i_\omega| < +\infty.$$

2. *Procédés de Riemann* R_r :

$$\gamma_h^k = \left(\frac{\sin kh}{kh}\right)^r \qquad (r \text{ entier} \geq 1,\ h \to +0).$$

Corollaire 1. — *Le procédé de Riemann* R_r, *appliqué aux séries de Fourier, se sature exactement dans la classe des fonctions* x *telles que*

$$\begin{array}{lll} x'' \in L^p & \text{si } E = L^p & (1 < p < +\infty), \\ x'' \in \mathcal{C}' \ (\text{ou } x' \in VB) & \text{si } E = L^1, & \\ x'' \in L^\infty \ (\text{ou } x' \in \operatorname{Lip} 1) & \text{si } E = \mathcal{C}. & \end{array}$$

3. *Procédé de Riesz* Λ :

$$\gamma_n^k = 1 - \frac{\lambda_k}{\lambda_n} \quad \text{si } k < n; \qquad \gamma_n^k = 0 \quad \text{si } k \geq n.$$

Corollaire 2. — *Si* $\lambda_k \leq \lambda_{k+1} \to +\infty$, *le procédé de Riesz* Λ *se sature, pour les séries de Fourier des espaces* L^p $(1 < p < +\infty)$, *dans la classe des fonctions* $x \sim (a_0/2) + \sum_1^{+\infty} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$ telles que

$$\sum_1^{+\infty} \lambda_k (a_k \cos kt + b_k \sin kt) \sim X \in L^p.$$

4. *Procédé de Nörlund* N. — Il est défini par une suite (p_n) avec $p_n > 0$, $p_n \sim p_{n+1}$, $(p_n/P_n) \to 0$, si $n \to +\infty$, où $P_n = p_0 + p_1 + \ldots + p_n$. On pose $\gamma_n^k = P_{n-k}/P_n$ si $k \leq n$, $\gamma_n^k = 0$ si $k > n$.

Corollaire 3. — *Si* $p_{n+1} \geq p_n$ *ou si* $p_{n+1} \leq p_n$ et $P_n = O(np_n)$, *le procédé de Nörlund, pour les séries de Fourier des espaces* $L^p (1 < p < +\infty)$ *a même classe de saturation que le procédé de Césaro* (C, 1) :

$$x \in \Sigma(N), \iff \bar{x}' \in L^p \quad \text{où } \bar{x} \text{ est la fonction conjuguée de } x.$$

(*) Séance du 18 janvier 1960.

GÉOMÉTRIE. — *Théorie de Hodge-de Rham en métrique de signature quelconque.* Note (*) de M. **André Avez**, présentée par M. Joseph Pérès.

Nous démontrons pour les variétés de G. de Rham ([1]) un théorème qui généralise le théorème H de Hodge ([2]). Nous donnons ensuite des applications aux variétés à tenseur de Ricci nul.

1. Lemme. — *Sur une variété de G. de Rham, close et orientable, une p-forme harmonique ϖ, orthogonale à toutes les p-formes harmoniques, est nulle.*

Puisque la variété est de G. de Rham on peut associer à toute p-forme φ une $(p-1)$-forme α, une $(p+1)$-forme β et une p-forme γ telles que $\varphi = d\alpha + \delta\beta + \gamma$, $d\gamma = \delta\gamma = 0$. Puisque ϖ est harmonique, d'après la Note 1, $d\varpi = \delta\varpi = 0$, donc $\langle d\alpha, \varpi \rangle = \langle \delta\beta, \varpi \rangle = 0$. Par hypothèse $\langle \gamma, \varpi \rangle = 0$, ainsi $\langle \varphi, \varpi \rangle = 0$. Comme φ est arbitraire, le raisonnement standard du lemme de la Note 1 entraîne $\varpi = 0$.

Théorème 1. — *Plaçons-nous sur une variété V_n de G. de Rham close et orientable. Soient u et v deux constantes non nulles, β une p-forme donnée. Pour que l'équation $u\, d\delta X + v\, \delta d X = \beta$ soit résoluble, il faut et il suffit que β soit orthogonale à toutes les p-formes harmoniques γ.*

C'est nécessaire car

$$\langle \beta, \gamma \rangle = u \langle d\delta X, \gamma \rangle + v \langle \delta d X, \gamma \rangle = u \langle \delta X, \delta\gamma \rangle + v \langle dX, d\gamma \rangle = 0.$$

Montrons que c'est suffisant. Puisque V_n est de G. de Rham on peut trouver une $(p-1)$-forme α, une $(p+1)$-forme η, une p-forme σ telles que $\beta = d\alpha + \delta\eta + \sigma$, $d\sigma = \delta\sigma = 0$.

Mais $d\alpha$, $\delta\eta$, β sont orthogonales à toutes les formes harmoniques, il en est donc de même pour σ et, d'après le lemme, $\sigma = 0$. Tout revient donc à résoudre $u\, d\delta X + v\, \delta d X = d\alpha + \delta\eta$. L'unicité de la décomposition de Hodge, démontrée dans la Note 1, entraîne $u\, d\delta X = d\alpha$, $v\, \delta d X = \delta\eta$. Puisque V_n est de G. de Rham on peut supposer, en remplaçant α par sa composante cohomologue à zéro et η par sa composante homologue à zéro, que α est cohomologue à zéro et η homologue à zéro. Il suffit donc de savoir résoudre

$$u\, \delta X = \alpha, \qquad v\, dX = \eta. \tag{1}$$

Comme α est cohomologue à zéro, $u\delta X = \alpha$ a une solution X_1. Posons $X = X_1 + \delta Y$, Y étant à déterminer, (1) équivaut à $v\, d(X_1 + \delta Y) = \eta$, soit $d\delta Y = (\eta/v) - dX_1$. Comme η/v est homologue à zéro $dZ = \eta/v - dX_1$ a une solution Z; si δY est la composante cohomologue à zéro de Z, on a bien $d\delta Y = \eta/v - dX_1$.

Corollaire (théorème H de Hodge). — *Pour que, dans les mêmes condi-*

tions, $d\delta X + \delta d X = \beta$ *soit résoluble, il faut et il suffit que* β *soit orthogonale à toutes les p-formes harmoniques.*

2. APPLICATIONS. — THÉORÈME 2. — *Sur une variété* V_n *de G. de Rham close et orientable à tenseur de Ricci nul, toute* 1*-forme* ξ *définissant une transformation infinitésimale conforme est à dérivée covariante nulle* ([3]).

On a, avec M. Lichnerowicz ([3]),

$$\Delta\xi + \left(1 - \frac{2}{n}\right) d\,\delta\xi = Q\xi.$$

Or, $R_{\alpha\beta} = 0$, donc

$$\delta\, d\xi + 2\left(1 - \frac{2}{n}\right) d\,\delta\xi = 0.$$

Le théorème 4 de la Note 1 entraîne $\delta\xi = d\xi = 0$. Puisque $\delta\xi = 0$, ξ définit une isométrie, et puisque $d\xi = 0$, $\nabla_\alpha \xi_\beta = 0$.

THÉORÈME 3. — *Si* V_{2n} *est une variété pseudo-kählérienne de G. de Rham close et orientable à tenseur de Ricci nul, son premier nombre de Betti est égal au nombre de champs indépendants de vecteurs parallèles.*

Soit $F_\alpha{}^\gamma$ le tenseur qui définit l'opérateur presque-complexe. Tout tenseur symétrique $T_{\alpha\beta}$ peut s'écrire $T_{\alpha\beta} = F_\alpha{}^\gamma A_{\gamma\beta}$, où $A_{\gamma\beta}$ est associé à une 2-forme (*cf.* Lichnerowicz, *loc. cit.*, p. 142). Or V_{2n} est de G. de Rham, il existe donc une 1-forme φ_α et une 2-forme $s_{\alpha\beta}$ telles que

$$A_{\gamma\beta} = \nabla_\gamma \varphi_\beta - \nabla_\beta \varphi_\gamma + s_{\gamma\beta}, \qquad \nabla^\beta s_{\gamma\beta} = 0.$$

Compte tenu de $\nabla_\sigma F_\alpha{}^\gamma = 0$, on tire

$$(2) \qquad T_{\alpha\beta} = F_\alpha{}^\gamma \nabla_\gamma \varphi_\beta - \nabla_\beta (F_\alpha{}^\gamma \varphi_\gamma) + F_\alpha{}^\gamma s_{\gamma\beta}, \qquad \nabla^\beta [F_\alpha{}^\gamma s_{\gamma\beta}] = 0.$$

Ceci posé, supposons $B_1 \neq 0$. Il existe d'après de Rham, B_1 1-formes fermées linéairement indépendantes (modulo une forme homologue à zéro). Soit ψ_α l'une d'elles. Puisque V_{2n} est de G. de Rham, l'équation $\Delta_2 U = \nabla^\alpha \psi_\alpha$, où U est une fonction sur V_{2n}, admet une solution d'après le théorème 1. En remplaçant ψ_α par $\psi_\alpha - \partial_\alpha U$ on peut donc supposer ψ_α fermé et cofermé.

Évaluons $\int_{V_{2n}} \nabla^\beta \psi^\alpha T_{\alpha\beta}\, dv$. D'après (2) on a

$$(3) \qquad \int_{V_{2n}} \nabla^\beta \psi^\alpha F_\alpha{}^\gamma s_{\gamma\beta}\, dv = -\int_{V_{2n}} \psi^\alpha \nabla^\beta [F_\alpha{}^\gamma s_{\gamma\beta}]\, dv = 0.$$

Comme $R_{\alpha\beta} = 0$, $\nabla_\alpha \psi^\alpha = 0$, la relation

$$R_{\alpha\beta}\psi^\beta = \nabla_\beta \nabla_\alpha \psi^\beta - \nabla_\alpha \nabla_\beta \psi^\beta \qquad \text{donne} \quad \nabla_\beta \nabla_\alpha \psi^\beta = 0,$$

d'où

$$(3) \qquad \int_{V_{2n}} \nabla^\alpha \psi^\beta \nabla_\beta [F_\alpha{}^\gamma \varphi_\gamma]\, dv = -\int_{V_{2n}} \nabla_\beta \nabla^\alpha \psi^\beta F_\alpha{}^\gamma \varphi_\gamma\, dv = 0.$$

Remarquons que, puisque ψ^α est harmonique et $F_\alpha{}^\gamma$ à dérivée covariante

nulle, ${F_\alpha}^\gamma \psi^\alpha$ est cofermé. Par suite, $R_{\alpha\beta} = 0$ entraîne $\nabla_\gamma \nabla^\beta [\psi^\alpha {F_\alpha}^\gamma] = 0$, d'où

$$(5) \quad \int_{V_{2n}} \nabla^\beta \psi^\alpha {F_\alpha}^\gamma \nabla_\gamma \varphi_\beta \, dv = \int_{V_{2n}} \nabla^\beta (\psi^\alpha {F_\alpha}^\gamma) \nabla_\gamma \varphi_\beta \, dv = -\int_{V_{2n}} \nabla_\gamma \nabla^\beta (\psi^\alpha {F_\alpha}^\gamma) \varphi_\beta \, dv = 0.$$

D'après (1), (2), (3), (4), on tire $\int_{V_{2n}} \nabla^\alpha \psi^\beta T_{\alpha\beta} \, dv = 0$. Comme $T_{\alpha\beta}$ est arbitraire un raisonnement classique entraîne $\nabla_\alpha \psi_\beta = 0$.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) Avez, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1441. En abrégé : Note 1.

(2) P. Bidal et G. de Rham, *Comm. Math. Helv.*, 19, 1946-1947.

(3) Lichnerowicz, *Géométrie des groupes de transformations*, Dunod, Paris.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les équations intégrales aléatoires de Fredholm à noyaux séparables.* Note (*) de M. **Albert T. Bharucha-Reid**, transmise par M. Joseph Kampé de Fériet.

Dans une Note [1] antérieure, nous avons considéré l'équation intégrale aléatoire de Fredholm :

$$x(t, \omega) - \lambda \int_{D_\omega} K(t, u) x(u, \omega)\, dm(u) = y(t) \tag{1}$$

dans le cas où le noyau $K(t, u)$ est *séparable*, c'est-à-dire

$$K(t, u) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t) \beta_i(u).$$

Dans ce cas l'équation

$$x(t, \omega) - \lambda \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t) \int_{D_\omega} \beta_i(u) x(u, \omega)\, dm(u) = y(t) \tag{2}$$

est équivalente au système suivant de n équations linéaires algébriques aléatoires à n inconnues :

$$\gamma_i(\omega) - \lambda \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}(\omega) \gamma_i(\omega) = b_i(\omega) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{3}$$

où

$$\gamma_i(\omega) = \int_{D_\omega} \beta_i(u) x(u, \omega)\, dm(u) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

et

$$a_{i,j}(\omega) = \int_{D_\omega} \alpha_j(t) \beta_i(t)\, dm(t),$$

$$b_i(\omega) = \int_{D_\omega} \beta_i(t) y(t)\, dm(t).$$

Pour les autres notations et définitions nous renvoyons à [1].

Dans cette Note nous utilisons la théorie des transformations contractions aléatoires [*voir* [2]] pour établir l'existence et l'unicité de la solution de l'équation (3), et en conséquence la solution de l'équation (2). Nous avons montré [3] qu'un point fixe existe pour l'opérateur aléatoire de Fredholm si $|\lambda| < 1/Mm(D_\omega)$, où $m(D_\omega)$ est la mesure (aléatoire) de Lebesgue, et M est une constante tel que $|K(t, u)| < M$.

Les équations (3) peuvent être considérées comme l'équation opérateur aléatoire

$$(I - \lambda A(\omega)) \gamma(\omega) = b(\omega) \tag{4}$$

dans l'espace euclidien R_n. Nous nous appuierons sur le lemme suivant :

LEMME. — *Considérons l'espace* R_n *avec la fonction distance*

$$d(x, y) = \max\{ |x_i - y_i|, i = 1, 2, \ldots, n \}.$$

Alors l'opérateur matrice aléatoire $A(\omega) = (a_{ij}(\omega))$ *est un opérateur contraction aléatoire si*

$$|\lambda| < \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} |a_{ij}(\omega)|} \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{5}$$

Utilisant ce lemme et un théorème de Hanš (²), nous obtenons les deux théorèmes suivants :

THÉORÈME. — *Si* $(\Omega, \mathcal{A})$ *est un espace mesurable d'événements élémentaires, et si* $A(\omega)$ *satisfait la condition de contraction* (5); *alors pour tous* $\omega \in \Omega$ *il existe une variable aléatoire généralisée* $\tau(\omega)$, *une application de l'espace* Ω *dans l'espace* R_n, *qui est un point fixe d'opérateur matrice aléatoire* $A(\omega)$.

THÉORÈME. — *Considérons l'équation opérateur aléatoire* (4) *dans l'espace* R_n, *où* $b(\omega) = (b_1(\omega), \ldots, b_n(\omega))$ *est connu pour tous* $\omega \in \Omega$. *Si* $|\lambda| < 1 \Big/ \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}(\omega)|$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, *il existe une application de l'espace* Ω *en l'espace* R_n *qui est une variable aléatoire généralisée et une solution de l'équation* (4).

Nous remarquons que la solution de l'équation (4) et, par conséquent, de l'équation (2), peut être obtenue par approximations successives, où la $k^{\text{ième}}$ approximation est

$$\gamma_i^k(\omega) = \lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(\omega) \gamma_j^{k-1}(\omega) + b_i(\omega), \tag{6}$$

et où $\gamma_i^0(\omega)$ est une variable aléatoire généralisée arbitraire à valeurs dans l'espace R_n.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(¹) A. T. BHARUCHA-REID, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 454.

(²) O. HANŠ, *Czechoslovak Math. J.*, 7, 1957, p. 154-158.

(³) *Transactions of the Second Prague Conference on Information Theory. Statistical Decision Functions, Random Processes* (1959), 1960.

(*Université d'Oregon, Eugene, Oregon, U. S. A.*)

THÉORIE DE L'INFORMATION. — *Identification d'une structure complexe dans une collection.* Note de M. **Marcel Locquin**, présentée par M. Gaston Dupouy.

Comparaison de la structure recherchée avec sa complémentaire et détection globale de celle-ci grâce à l'uniformité du signal spatial résultant. Applications à la documentation : les eccetrons.

Pour détecter dans une collection une structure de type donné on dispose de procédés analytiques. Pour que l'opération soit économiquement acceptable il faut que le travail préalable ou simultané d'analyse soit d'un ordre de grandeur égal ou inférieur au travail proprement dit de recherche, de comparaison et de sélection. Or, la quantification symbolique de cette analyse croît, dans un espace à trois dimensions, comme le cube de ce qu'on peut appeler la complexité élémentaire. Ceci explique qu'une mémoire magnétique classique soit inadaptée, malgré son énorme capacité alphanumérique, à l'enregistrement indéfini et à la restitution finie des informations documentaires en croissance exponentielle dans le monde moderne.

Une généralisation du principe de compensation de Babinet permet l'économie de l'analyse et de sa quantification symbolique en détectant globalement une structure à n dimensions de complexité quelconque par comparaison et compensation avec sa structure complémentaire. Si nous recherchons, par exemple, parmi une suite de graphismes : mots de langues différentes, formules chimiques développées, formules mathématiques, tableaux, courbes, etc. un graphisme de forme déterminée, à des fins possibles de recherche documentaire, nous ferons défiler cette suite, enregistrée, par exemple, photographiquement sur une « piste » négative, devant une « question » qui sera l'image photographique complémentaire, donc positive, du graphisme cherché.

Lorsque les deux graphismes : négatif et positif, complémentairement identiques seront en présence, et dans ce cas seulement, un flux lumineux global traversant l'ensemble sera uniforme; dans tous les autres cas l'uniformité ne sera pas réalisée. Ce signal d'uniformité peut être utilisé pour déclencher tout processus de sélection, d'asservissement, de conduite de programme, dans un ensemble d'opérations.

Cet exemple nous conduit à des généralisations très nombreuses dans leur diversité et leurs complexités, car : le flux traversant les deux structures complémentaires peut être électromagnétique ou corpusculaire; les images — au sens le plus large — utilisées pour « poser la question » peuvent être : photoniques, photochimiques, électroniques, magnétiques, thermiques, diélectriques, ioniques, acoustiques, etc. ou une combinaison de plusieurs d'entre elles.

Le procédé, dans sa généralité, consiste à faire moduler spatialement en superposition : un flux initialement homogène, par une image « négative » de la structure à identifier, et successivement, par chacune des structures « positives » de la collection; l'identification de la structure cherchée étant permise par le fait qu'elle est la seule de la collection à laquelle correspond un flux résultant homogène.

Nommons « eccetrons » — du latin *ecce* — les ensembles matériels permettant cette recherche.

La « photonique » comme l'électronique qu'ils utilisent est des plus simples puisque, par construction, l'opérateur cherchera toujours à réduire l'uniformité à un signal de zéro facilement utilisable, l'essentiel étant de pouvoir poser physiquement la question de façon simple.

Prenons quelques exemples autres que celui que nous avons déjà cité. La détection d'un faux dans une série vraie, celle du déplacement d'un détail dans un ensemble sera faite par comparaison avec une image photographique complémentaire de l'objet vrai dans le premier cas, de l'objet à l'instant initial dans le second. Il en sera de même pour le contrôle d'une pièce à la sortie d'une chaîne, le contrôle d'une déformation mécanique dans le temps, le contrôle d'un moule par rapport à la pièce moulée, etc.

Ce principe nous a conduit à la conception, puis la réalisation de dictionnaires, répertoires, annuaires automatiques, de machines à traduire en plusieurs langues simultanément, de contrôleurs de pièces usinées, d'équipements de programmation et surtout de machines pour la recherche documentaire automatique à « mémoire » indéfinie, grammaticale et polyglotte dont les performances vont de la plus simple : réponse à une question de trois mots sur 100 000 documents en 1 mn, à la plus complexe : réponse à une question de 20 000 mots sur un milliard de documents en 1 mn sans que l'encombrement spatial de la mémoire excède 1 dm^3 dans le premier cas et 1 m^3 dans le second.

L'utilisation de ces ensembles en transférant ce qu'on peut appeler la « capitalisation cérébrale » des informations dans des « mémoires » photoniques libère l'homme des servitudes bien connues qui sont à l'origine de toute recherche documentaire.

MÉCANIQUE STATISTIQUE. — *Sur la théorie statistique de la turbulence.* Note (*) de M. **Stoitcho Pantchev**, présentée par M. Henri Villat.

Dans un travail ([1]), S. Chandrasekhar montre que la fonction suivante corrélative de l'espace et du temps

$$G(r, \tau) = \overline{u_l(M, t)\, u_l(M', t')} \tag{1}$$

dans un cas de turbulence spatialement homogène et stationnaire vérifie l'équation

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \nu^2 D_5^2\right) G = G\, \frac{\partial}{\partial r} D_5 G, \tag{2}$$

où

$$D_n = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{n-1}{r}\frac{d}{dr}; \qquad \tau = t' - t; \qquad r = MM'.$$

Ici nous montrerons comment la théorie de Chandrasekhar ([1]) peut être appliquée à l'étude de la turbulence dans un champ de température. Notre but est de déduire une équation pour la fonction corrélative de l'espace et de temps

$$B_{TT}(r, \tau) = \overline{T(M, t)\, T(M', t')}. \tag{3}$$

Pour y arriver, on multiplie l'équation de la chaleur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} u_j T = \varkappa \Delta T \tag{4}$$

par $T' = T(M', t')$ et l'on prend la moyenne

$$\pm \frac{\partial}{\partial \tau} \overline{TT'} - \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{u_j TT'} = \varkappa \Delta \overline{TT'} \qquad (r_\alpha = x'_\alpha - x_\alpha). \tag{5}$$

On peut présenter le moment statistique $\overline{u_j TT'}$ de la manière suivante : $\overline{u_j TT'} = A(r, \tau) r_j$. Alors, au lieu de (5), nous trouvons

$$\left(\pm \frac{\partial}{\partial \tau} - \varkappa D_3\right) B_{TT}(r, \tau) = \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 3\right) A(r, \tau). \tag{6}$$

On multiplie de nouveau l'équation (4) par $u'_i T'$ et l'on prend la moyenne

$$\pm \frac{\partial}{\partial \tau} \overline{TT' u'_i} - \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{u_j TT' u'_i} = \varkappa \Delta \overline{TT' u'_i}. \tag{7}$$

On admet, comme cela est fait dans ([2]), que

$$\overline{u_j TT' u'_i} = \overline{u_j T}.\overline{u'_i T'} + \overline{u_j T'}.\overline{u'_i T} + \overline{u'_i u_j}.\overline{TT'}. \tag{8}$$

Puisque $\overline{u'_\alpha \mathrm{T}} = \overline{u_\alpha \mathrm{T}'} \equiv 0$, on trouve

$$\overline{u_j \mathrm{T}\mathrm{T}' u'_i} = \mathrm{B}_{ij}(\vec{r}, \tau)\, \mathrm{B}_{\mathrm{TT}}(r, \tau), \tag{9}$$

où

$$\left\{ \begin{aligned} &\mathrm{B}_{ij} = -\frac{1}{2r} \mathrm{G} r_i r_j + \left(\mathrm{G} + \frac{r}{2}\mathrm{G}'\right)\delta_{ij}, \\ &\mathrm{G} = \mathrm{G}(r, \tau); \qquad \mathrm{G}' = \frac{\partial \mathrm{G}}{\partial r}. \end{aligned} \right. \tag{10}$$

En remplaçant dans l'équation (7) l'expression $\overline{u_j \mathrm{T}\mathrm{T}' u'_i}$ exprimée par (9), on aura

$$\left(\pm \frac{\partial}{\partial \tau} - \varkappa \mathrm{D}_3\right) \mathrm{A}(r, \tau) = -\frac{1}{r} \mathrm{G}(r, \tau)\, \mathrm{B}_{\mathrm{TT}}(r, \tau). \tag{11}$$

Les équations (6) et (11) forment un système pour les deux fonctions $\mathrm{A}(r, \tau)$ et $\mathrm{B}_{\mathrm{TT}}(r, \tau)$. La première de ces fonctions peut être facilement éliminée. On applique aux deux côtés de (6) l'opérateur $(\pm \partial/\partial\tau - \varkappa \mathrm{D}_3)$. En utilisant l'identité

$$\left(\pm \frac{\partial}{\partial \tau} - \varkappa \mathrm{D}_3\right) \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 3\right) \mathrm{A} = \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 3\right) \left(\pm \frac{\partial}{\partial \tau} - \varkappa \mathrm{D}_3\right) \mathrm{A}, \tag{12}$$

on obtient

$$\left(\pm \frac{\partial}{\partial \tau} - \varkappa \mathrm{D}_3\right)^2 \mathrm{B}_{\mathrm{TT}} = -\left(r \frac{\partial}{\partial r} + 3\right) \frac{\mathrm{G}\mathrm{B}_{\mathrm{TT}}}{r}. \tag{13}$$

Les équations (13) et (2) forment un système à l'aide duquel on peut en principe, déterminer la fonction $\mathrm{B}_{\mathrm{TT}}(r, \tau)$. On peut donner à l'équation (13) la forme suivante plus commode

$$\left(\pm \frac{\partial}{\partial \tau} - \varkappa \mathrm{D}_3\right)^2 \mathrm{B}_{\mathrm{TT}} = -\mathrm{G}\mathrm{D}_3 \mathrm{B}_{\mathrm{TT}} - \mathrm{G}' \mathrm{B}'_{\mathrm{TT}}. \tag{14}$$

Dans le cas limite où $\varkappa = 0$ on obtient

$$\frac{\partial^2 \mathrm{B}_{\mathrm{TT}}}{\partial \tau^2} = -\mathrm{G}\mathrm{D}_3 \mathrm{B}_{\mathrm{TT}} - \mathrm{G}' \mathrm{B}'_{\mathrm{TT}}. \tag{15}$$

Des résultats plus détaillés, ainsi que des solutions particulières de cette équation, seront donnés dans une autre publication.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

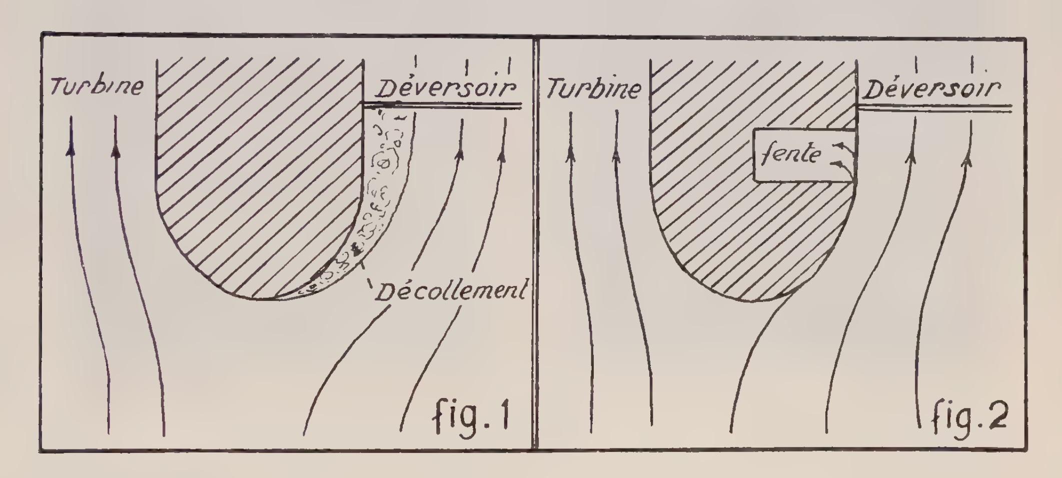
(1) S. Chandrasekhar, *Proc. Roy. Soc.*, 229 A, 1955, p. 1.

(2) S. Chandrasekhar, *Proc. Roy. Soc.*, 210 A, 1952, p. 18.

HYDRAULIQUE. — *Dispositif original de fentes aspiratrices dans une usine hydroélectrique autrichienne.* Note de M. **Werner Kresser**, transmise par M. Léopold Escande.

On sait que les phénomènes de décollement et la création des zones tourbillonnaires qui en est la conséquence prennent naissance à l'intérieur de la couche limite lorsqu'un fluide de faible viscosité s'écoule au contact d'une paroi solide.

Les travaux fondamentaux de Prandtl ont mis en évidence les possibilités essentielles de la couche limite : ils ont montré, en particulier, que la disparition de la couche limite par aspiration, par soufflage ou par tout autre procédé entraîne la disparition des décollements.



Les travaux de Prandtl et de ses successeurs n'avaient été appliqués que dans les domaines de l'aviation et de la construction des machines jusqu'à ces dernières années, mais, en 1951, M. Escande (1) a étendu le domaine d'application des fentes aspiratrices à de très nombreux ouvrages hydrauliques : les barrages déversoirs pour lesquels le procédé a permis de réaliser un gain de débit de l'ordre de 20 %, les prises d'eau, les diffuseurs, les piles de ponts avec disparition du sillage des tourbillons alternés, les coudes de canaux découverts, l'orientation des veines, etc.

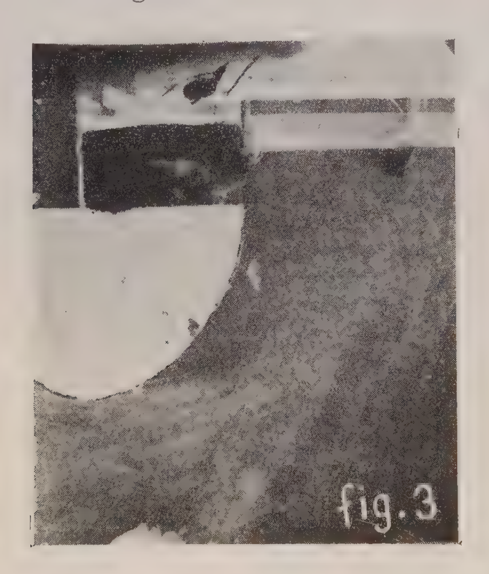
A l'occasion du projet de la grande centrale autrichienne d'Aschach sur le Danube, dont la production annuelle sera de 1,5 milliard de kilowatt-heures, des recherches expérimentales que nous avons effectuées à la Bundesversuchsanstalt für Wasserbau à Vienne ont montré qu'on pouvait obtenir des résultats fort intéressants en appliquant le procédé d'aspiration de la couche limite aux piles qui séparent le déversoir des turbines.

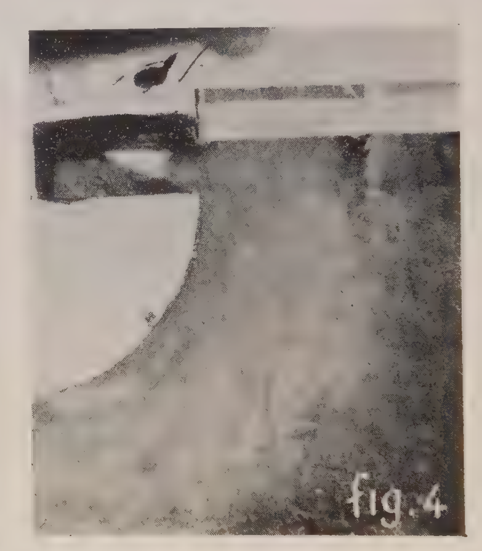
En effet, lors de l'écoulement des grandes crues, le débit très important qu'appelle le déversoir provoque une arrivée d'eau dissymétrique sur la

pile et il est très difficile d'éviter le décollement (*fig.* 1) d'autant plus qu'en l'absence de crues, cette dissymétrie disparaît et le profil de la pile doit assurer une alimentation correcte de la turbine correspondante.

Nous avons pu résoudre le problème et supprimer le décollement lors du fonctionnement du déversoir en aspirant la couche limite qui prend naissance au contact de la paroi de la pile.

Cette aspiration est réalisée en plaçant la prise d'eau qui alimente la turbine réservée aux services auxiliaires en un endroit convenable de la pile comme l'indique la figure 2 : cet endroit correspond sensiblement au plan de la grille.


fig. 3


fig. 4

Cet emplacement a été déterminé à la suite d'expériences sur modèles réduits. On voit sur la figure 3 l'écoulement qui existe lorsque le groupe auxiliaire ne débite pas et qui est caractérisé par une zone tourbillonnaire importante. Cette zone disparaît entièrement, comme on le voit sur la figure 4 lorsque le groupe auxiliaire débite, la fente aspiratrice entrant alors en fonction.

La Centrale est actuellement en construction et ce dispositif constituera la première application faite en Autriche du procédé dû à M. Escande de l'aspiration de la couche limite pour l'amélioration du fonctionnement des grands ouvrages hydrauliques.

(1) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1182.

PHYSIQUE SOLAIRE. — *Polarisation de la lumière au bord du disque solaire.* Note de MM. **Audouin Dollfus** et **Jean-Louis Leroy**, présentée par M. André Danjon.

La lumière de la photosphère solaire est légèrement polarisée; la proportion croît du centre au bord où elle atteint une valeur de quelques dix-millièmes d'autant plus grande que la longueur d'onde est plus courte. Les facules observées près du bord diminuent la polarisation d'environ 1/10 000e, les protubérances l'augmentent légèrement.

A l'aide d'un polarimètre photoélectrique très sensible, l'un d'entre nous a étudié en mai 1958 la polarisation de la lumière au bord du disque solaire; plusieurs mesures ont été effectuées en lumière verte (1). Des observations beaucoup plus nombreuses ont été recueillies en juillet et août 1959 à l'Observatoire de Meudon, avec le même instrument; elles ont conduit aux résultats qui suivent.

Lorsque l'on examine à travers un diaphragme de 15″ la polarisation de la lumière provenant de la photosphère, l'instrument montre un signal photoélectrique qui croît régulièrement au fur et à mesure que l'on s'approche du bord; il traduit une diminution de la vibration lumineuse parallèle au rayon solaire exploré. A partir de 2′ du bord la proportion de lumière polarisée évolue de façon variable selon l'état de turbulence atmosphérique. Nous avons dû mettre à profit les journées où les circonstances atmosphériques étaient particulièrement favorables; la polarisation pouvait alors être mesurée sans altération apparente jusqu'à 0′5 du bord solaire où elle atteint plusieurs dix-millièmes.

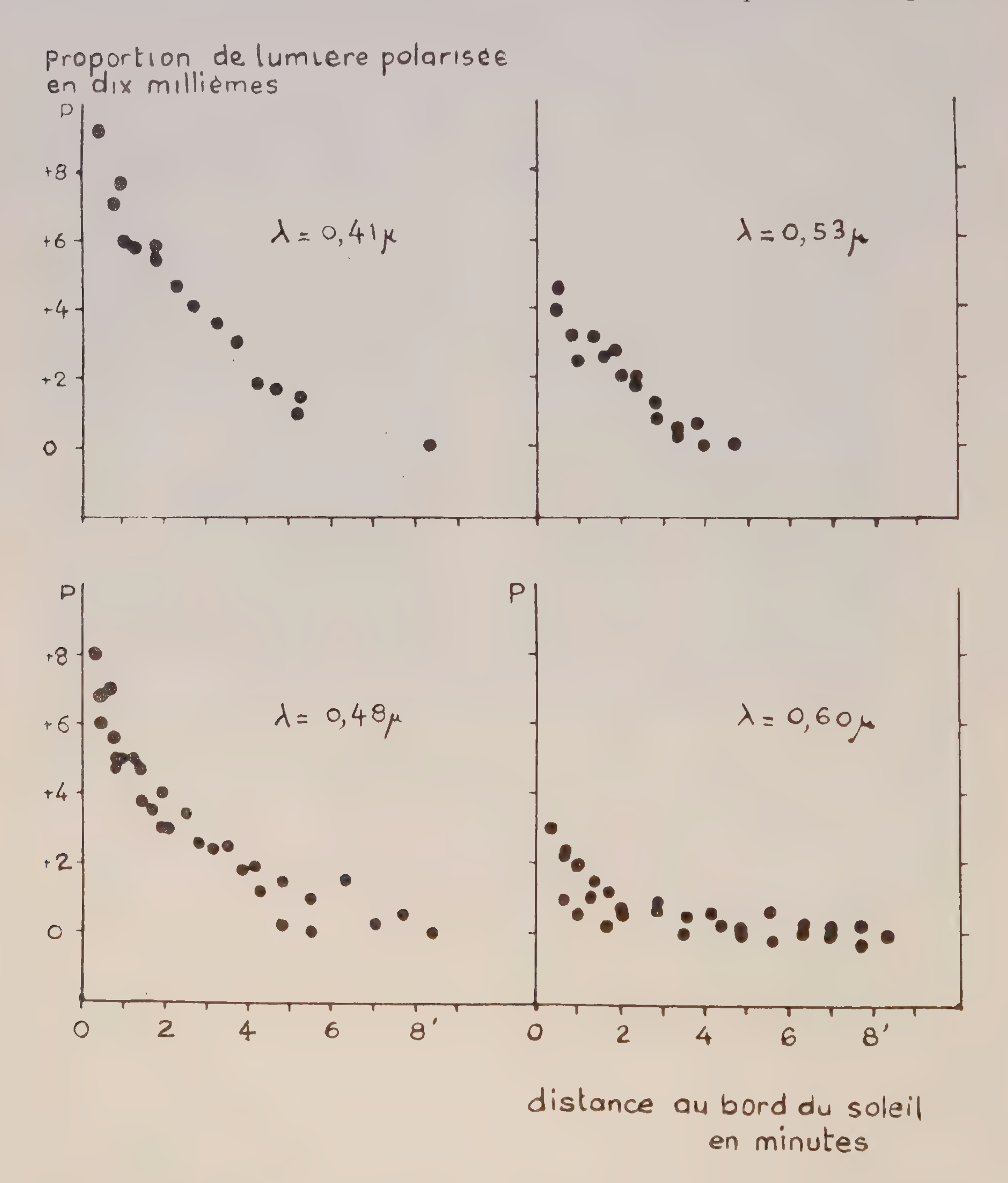
Les mesures ont été effectuées à travers six filtres colorés isolant des bandes de quelques centaines d'Angströms, autour des longueurs d'onde : 0,41, 0,48, 0,53, 0,56, 0,58 et 0,60 μ. Les résultats de quelques observations sont reportés sur la figure. La polarisation atteint près du bord une valeur d'autant plus forte que la longueur d'onde est plus courte. A 1′ du bord, la proportion de lumière polarisée vaut 7/10 000e à 0,4 μ, 4/10 000e à 0,5 μ, 1/10 000e à 0,6 μ. Elle semble permanente et constante du pôle à l'équateur solaire.

La diffusion par les ions et les électrons libres de la photosphère et de la basse chromosphère doit permettre de rendre compte des polarisations observées; l'étude quantitative de ce phénomène conduira à une amélioration du modèle théorique de la photosphère (2), (3), (4).

D'autres observations ont été conduites en explorant un arc de cercle parallèle au bord solaire sur plusieurs dizaines de degrés. Les mesures étaient effectuées à 1′ du bord, toutes les 15″, dans un champ de 15″;

elles s'accordent à quelques cent-millièmes près et mettent en évidence en divers points des variations de polarisation qui peuvent dépasser 1/10 000e. Ces écarts se retrouvent semblables en diverses longueurs d'onde.

Une dizaine de tracés relevés de la sorte ont été comparés aux aspects



de la chromosphère donnés par les spectrohéliogrammes K_1, K_3 et H_α. Dans deux cas des protubérances vues comme des filaments sombres ont donné un accroissement de la polarisation de l'ordre de 1/10 000e qui serait attribuable à la diffusion par leurs électrons libres. D'autre part, chaque fois que les mesures ont porté sur une plage faculaire du cal-

cium (K_3), elles ont montré dans toutes les longueurs d'onde une diminution de la polarisation de 1 à 2/10 000e. Cette curieuse propriété révèle des phénomènes complexes.

(1) A. Dollfus, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 3590.
(2) J. C. Pecker, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1251; *Ann. Astroph.*, 13, 1950, p. 294.
(3) A. D. Code, *Ap. J.*, 1950, p. 22.
(4) H. H. Voigt, *Z. Ap.*, 28, 1951, p. 176

(Observatoire de Paris-Meudon.)

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Interactions des champs en « images d'inversion ».* Note (*) de M. **Kuo-Hsien Tzou**, présentée par M. Louis de Broglie.

On propose des interactions des champs localisés aux coordonnées différentes qui sont images les unes des autres par rapport à certaines inversions, en particulier CPT et M. On montre comment déduire la forme particulière V — A des interactions universelles de quatre fermions.

Nous allons considérer des interactions apparemment non locales. Nous nous bornerons d'abord aux interactions faibles de quatre fermions, et la non-localité apparente se porte sur les coordonnées liées par certaines inversions. Le champ d'un fermion est en général fonction des quatre « coordonnées » $\mathbf{r}$, t, e, m. Désignons par C, P, T, M les opérateurs d'inversion de e, $\mathbf{r}$, t, m [1], [2]. Ils forment un groupe de symétrie à seize éléments [2]. Soit O un élément quelconque de ce groupe. On définit par ψ_0 et $\bar{\psi}_0$ les variables du champ localisées aux coordonnées qui sont liées à $(e, \mathbf{r}, t, m)$ par O, par exemple $\psi_{\mathrm{CPT}} \equiv \psi(-e, -\mathbf{r}, -t, m)$, $\bar{\psi}_{\mathrm{M}} \equiv \bar{\psi}(e, \mathbf{r}, t, -m)$, ... Nous appellerons ψ_0 et $\bar{\psi}_0$ « images d'inversion O » de ψ et $\bar{\psi}$.

Dans une Note précédente [3], nous avons démontré que les grandeurs

$$\bar{\psi}_{1\mathrm{I}}\Omega\psi_{2\mathrm{A}}, \qquad \bar{\psi}_{1\mathrm{A}}\Omega\psi_{2\mathrm{I}}, \tag{1}$$

$$\psi_{1\mathrm{I}}\Omega\gamma_5\psi_{2a}, \qquad \psi_{1a}\gamma_5\Omega\psi_{2\mathrm{I}}, \tag{2}$$

sont des tenseurs par rapport aux transformations de Lorentz, si l'on néglige certains facteurs de phase. Les Ω sont les matrices de Dirac. Dans ce qui suit, nous laisserons de côté les opérations d'inversion anti-unitaires (T, C, etc.) pour ne considérer que les opérations unitaires (P, etc.), ainsi A $\equiv$ I, CPT, M, CPTM et $a \equiv$ P, CT, PM, CTM [3]. Les deux tenseurs de (1) sont images d'inversion A l'un de l'autre, et ceux de (2) images d'inversion a.

Faisons maintenant une hypothèse que les grandeurs images d'inversion CPT par exemple soient identiques, à savoir

$$\bar{\psi}_{1\mathrm{I}}\Omega\psi_{2\mathrm{CPT}} = \bar{\psi}_{1\mathrm{CPT}}\Omega\psi_{2\mathrm{I}}. \tag{3}$$

Nous avons démontré [1] que les champs engendrés de ψ par CPT sont

$$(\mathrm{CPT})\psi = \gamma_5\psi_{\mathrm{CPT}}, \qquad (\mathrm{CPT})\bar{\psi} = -\bar{\psi}_{\mathrm{CPT}}\gamma_5. \tag{4}$$

La condition (3) devient alors

$$\bar{\psi}_1\Omega\gamma_5(\mathrm{CPT})\psi_2 = -(\mathrm{CPT})\bar{\psi}_1\gamma_5\Omega\psi_2. \tag{5}$$

L'opération CPT engendre un changement d'état d'énergie et de quantité de mouvement [1]. Mais il y a des variables du champ qui sont invariantes sous CPT [*cf.* § 8 et 9 de [1]], et en cas général elles peuvent être normées de façon uniforme selon

$$(\mathrm{CPT}) = \pm\psi, \qquad (\mathrm{CPT})\bar{\psi} = \pm\bar{\psi}. \tag{6}$$

Il y a donc pour (5) deux solutions possibles suivant les modes de normalisation des deux champs.

(i) Si ceux-ci sont normés d'une même manière, à savoir

$$(7)\qquad (\mathrm{CPT})\psi_1 = \pm\,\psi_1, \qquad (\mathrm{CPT})\psi_2 = \pm\,\psi_2,$$

on tirera de (5)

$$(8)\qquad \Omega\gamma_5 = -\gamma_5\Omega, \qquad \Omega = \gamma_\mu(a_V + a_A\gamma_5).$$

(ii) Si ψ_1 et ψ_2 sont normés de manière opposée, à savoir

$$(9)\qquad (\mathrm{CPT})\psi_1 = \mp\,\psi_1, \qquad (\mathrm{CPT})\psi_2 = \pm\,\psi_2,$$

la condition (5) sera satisfaite avec

$$(10)\qquad \Omega\gamma_5 = \gamma_5\Omega, \qquad \Omega = a_S + a_P\gamma_5 \quad \text{ou} \quad \sigma_{\mu\nu}.$$

Il est facile de voir que, si $\bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2\mathrm{CPT}}$ est égal à son image d'inversion CPT selon (3), la grandeur $\bar{\psi}_{1\mathrm{CPT}}\Omega\psi_{2\mathrm{CPT}}$ le sera aussi à son image CPT :

$$(11)\qquad \bar{\psi}_{1\mathrm{CPT}}\Omega\psi_{2\mathrm{CPT}} = \bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2I}.$$

Nous posons maintenant une condition plus forte que (3) ou (11) que les quatre grandeurs de (3) et (11), soient toutes identiques selon

$$(12)\qquad \psi_{1I}\Omega\psi_{2\mathrm{CPT}} = \bar{\psi}_{1\mathrm{CPT}}\Omega\psi_{2I} = \pm(\bar{\psi}_{1\mathrm{CPT}}\Omega\psi_{2\mathrm{CPT}} = \bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2I}).$$

Si ψ_1 et ψ_2 sont normés selon (7), on aura

$$(13)\qquad \Omega\gamma_5 = -\gamma_5\Omega = \pm(-\gamma_5\Omega\gamma_5 = \Omega), \qquad \Omega = \gamma_\mu(1 \pm \gamma_5).$$

Les signes $\pm$ correspondent aux deux choix différents de normalisation dans (7). Si, au contraire, ψ_1 et ψ_2 sont normés différemment selon (9), on aura

$$(14)\qquad \Omega\gamma_5 = \gamma_5\Omega = \pm(\gamma_5\Omega\gamma_5 = \Omega), \qquad \Omega = 1 \pm \gamma_5 \quad \text{ou} \quad \sigma_{\mu\nu}(1 \pm \gamma_5).$$

pour les deux choix de normalisation dans (9).

On peut également considérer les grandeurs qui sont images d'inversion M, et l'on en tirera les mêmes conclusions que dans le cas CPT. En effet, tout comme (4), nous avons [2]

$$(15)\qquad (\mathrm{M})\psi = \gamma_5\psi_M, \qquad (\mathrm{M})\bar{\psi} = -\bar{\psi}_M\gamma_5.$$

Bien que l'opération M n'engendre aucun changement d'état d'un fermion [2], la normalisation uniforme de $(\mathrm{M})\psi$ a toujours deux possibilités comme (6), à savoir

$$(16)\qquad (\mathrm{M})\psi = \pm\,\psi, \qquad (\mathrm{M})\bar{\psi} = \pm\,\bar{\psi}.$$

Si l'on introduit la condition que les tenseurs images d'inversion M soient identiques,

$$(17)\qquad \bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2M} = \bar{\psi}_{1M}\Omega\psi_{2I},$$

$$(18)\qquad \bar{\psi}_{1M}\Omega\psi_{2M} = \bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2I},$$

les matrices Ω seront les mêmes que celles de (8) ou de (10) suivant que ψ_1 et ψ_2 sont normés d'une même manière ou de manière opposée semblablement à (7) ou à (9). Si l'on impose une condition plus forte semblable à (12) aux quatre grandeurs (17) et (18), les Ω seront également données par (13) ou par (14) suivant les modes de normalisation comme dans le cas CPT.

Considérons les interactions de quatre fermions qui, selon notre hypothèse, sont des termes à images d'inversion, par exemple,

$$(19)\qquad [\bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2\text{CPT}}][\bar{\psi}_{3I}\Omega\psi_{4\text{CPT}}]=[\bar{\psi}_1\Omega\gamma_5(\text{CPT})\psi_2][\bar{\psi}_3\Omega\gamma_5(\text{CPT})\psi_4],$$

$$(20)\qquad [\bar{\psi}_{1I}\Omega\psi_{2\text{M}}][\bar{\psi}_{3I}\Omega\psi_{4\text{M}}]=[\bar{\psi}_1\Omega\gamma_5(\text{M})\psi_2][\bar{\psi}_3\Omega\gamma_5(\text{M})\psi_4].$$

Si l'on introduit la condition (12) et une condition pareille dans le cas M, les interactions (19) et (20) se réduisent toutes les deux aux termes

$$(21)\qquad [\bar{\psi}_1\gamma_\mu(1\pm\gamma_5)\psi_2][\bar{\psi}_3\gamma_\mu(1\pm\gamma_5)\psi_4],$$

ou aux termes

$$(22)\qquad C_S[\bar{\psi}_1(1\pm\gamma_5)\psi_2][\bar{\psi}_3(1\pm\gamma_5)\psi_4]+C_T[\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}(1\pm\gamma_5)\psi_2][\bar{\psi}_3\sigma_{\mu\nu}(1\pm\gamma_5)\psi_4],$$

suivant les modes de normalisation (7) ou (9) des paires de champs 12 et 34.

Il est à noter que, si les champs, en général, ne sont pas normés selon (6) ou (16), les interactions (19) ou (20), bien que toujours locales, seront différentes des interactions usuelles. Leurs propriétés sont à étudier.

Dans le cas des interactions faibles, non seulement la parité ne se conserve pas, mais encore l'asymétrie atteint, en général, le degré maximal. C'est surtout le cas dans les interactions de quatre fermions. Beaucoup d'auteurs ont donc proposé une interaction universelle du type V — A comme (21), qui semble être bien en accord avec presque tous les faits expérimentaux actuellement connus ([4]), ([5]), ([6]). En partant d'un principe général, nous avons donné plus haut un mode de déduction de cette forme particulière d'interaction universelle. La méthode de Sakurai ([6]) est semblable à notre cas des interactions à images d'inversion M. Le cas CPT ou toute autre hypothèse comportant une inversion P, T ou PT soulève une difficulté en ce qui concerne la condition de causalité en théorie des champs quantifiés. La question est à étudier.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) K. H. Tzou, *J. Phys. Rad.*, 20, 1959, p. 597.
([2]) K. H. Tzou, *J. Phys. Rad.*, 20, 1959, p. 933.
([3]) K. H. Tzou, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 474.
([4]) R. P. Feynman et M. Gell-Mann, *Phys. Rev.*, 109, 1958, p. 193.
([5]) E. C. G. Sudarshan et R. E. Marshak, *Phys. Rev.*, 109, 1958, p. 1860.
([6]) J. J. Sakurai, *Nuovo Cimento*, 7, 1958, p. 649.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Propriétés des observables macroscopiques et théorie ergodique quantique.* Note de M. **Raymond Jancel**, présentée par M. Louis de Broglie.

Étant donné un ensemble microcanonique de systèmes quantiques, on montre que l'écart-type d'une observable macroscopique tend vers zéro lorsque le nombre de degrés de liberté des systèmes considérés devient très grand; on en déduit un théorème ergodique en moyenne quadratique.

1. Soit un système quantique isolé dont l'énergie macroscopique est égale à $\mathcal{E}^{(\alpha)}$ (1); l'énergie macroscopique appartient alors à la couche $e^{(\alpha)}$ correspondante et la fonction d'onde du système s'écrit dans la représentation de Schrödinger :

$$\Psi(t) = \sum_{i=1}^{n} r_i e^{i\beta_i} e^{-\frac{2\pi i}{h} E_i t} \psi_i, \tag{1}$$

où les ψ_i sont les fonctions propres de l'énergie microscopique et où $n \equiv S^{(\alpha)}$ est l'ordre de dégénérescence de la couche $e^{(\alpha)}$. Les opérateurs macroscopiques sont définis par une transformation unitaire

$$\Omega_k^{(\alpha)} = \sum_{i=1}^{n} C_{ki}^{(\alpha)} \psi_i, \tag{2}$$

où les $\Omega_k^{(\alpha)}$ sont fonctions propres de l'opérateur macroscopique $\mathcal{A}$ avec les valeurs propres $a_\nu^{(\alpha)}$ dégénérées $s_\nu^{(\alpha)}$ fois; nous admettrons que, pour un système macroscopique comportant un très grand nombre de degrés de liberté, les nombres $s_\nu^{(\alpha)}$ sont toujours très grands. On a alors

$$\Psi(t) = \sum_{k=1}^{n} \Omega_k^{(\alpha)} \sum_{i=1}^{n} r_i e^{i\beta_i} e^{-\frac{2\pi i}{h} E_i t} C_{ki}^{(\alpha)*} = \sum_{k=1}^{n} \varpi_k^{(\alpha)}(t) \Omega_k^{(\alpha)} \tag{3}$$

et la valeur moyenne quantique (pour l'état Ψ) de l'observable macroscopique $\mathcal{A}$ s'écrit

$$\mathcal{A}(t) = (\mathcal{A}\Psi, \Psi) = \sum_{\nu=1}^{N_\alpha} a_\nu^{(\alpha)} \sum_{k=1}^{s_\nu^{(\alpha)}} |\varpi_k^{(\alpha)}(t)|^2 = \sum_{\nu=1}^{N_\alpha} a_\nu^{(\alpha)} w_\nu^{(\alpha)}(t), \tag{4}$$

avec

$$w_\nu^{(\alpha)}(t) = \sum_{i,j} r_i r_j e^{i(\beta_i - \beta_j)} e^{-\frac{2\pi i}{h}(E_i - E_j)t} D_{ij}^{(\nu)}; \qquad D_{ij}^{(\nu)} = \sum_{k=1}^{s_\nu^{(\alpha)}} C_{ki}^{(\alpha)*} C_{kj}^{(\alpha)}. \tag{5}$$

Considérons maintenant l'ensemble de tous les systèmes compatibles avec nos connaissances macroscopiques; il est représenté par l'ensemble des points de l'hypersphère complexe à $2n$ dimensions $\sum_i r_i^2 = 1$, de sorte que les variables r_i et β_i doivent être considérées comme aléatoires (au sens ordi-

naire du calcul des probabilités). Nous prenons comme mesure sur cet ensemble celle qui correspond à la distribution microcanonique et qui est définie par $d\sigma_{2n}/\sigma_{2n}$, où σ_{2n} et $d\sigma_{2n}$ sont l'aire et l'élément d'aire de l'hypersphère considérée. Avec cette distribution, on a les valeurs moyennes suivantes :

$$(6)\qquad \overline{r_i^2}^m = \int_{\sigma_{2n}} r_i^2 \frac{d\sigma_{2n}}{\sigma_{2n}} = \frac{1}{n}; \qquad \overline{r_i^4}^m = \frac{2}{n(n+1)}; \qquad \overline{r_i^2 r_j^2}^m = \frac{1}{n(n+1)}$$

et la moyenne microcanonique de l'observable $\mathcal{A}$ est alors :

$$(7)\qquad \overline{\mathcal{A}}^m = \sum_\nu a_\nu^{(\alpha)} \overline{w_\nu^{(\alpha)}(t)}^m = \sum_\nu a_\nu^{(\alpha)} \sum_i \overline{r_i^2}^m \mathrm{D}_{ii}^{(\nu)} = \frac{1}{\mathrm{S}^{(\alpha)}} \sum_\nu a_\nu^{(\alpha)} \sum_i \mathrm{D}_{ii}^{(\nu)} = \frac{1}{\mathrm{S}^{(\alpha)}} \sum_\nu a_\nu^{(\alpha)} s_\nu^{(\alpha)}.$$

Ces définitions étant posées, on est alors en mesure d'établir que l'écart-type des observables $\mathcal{A}$, $\overline{\left[\mathcal{A}(t) - \overline{\mathcal{A}}^m\right]^2}^m$ est toujours très petit (au moins de l'ordre de $1/s_\nu^{(\alpha)}$), quel que soit t. On a en effet :

$$(8)\qquad \overline{[\mathcal{A}(t)]^2}^m = \sum_\nu (a_\nu^{(\alpha)})^2 \overline{[w_\nu^{(\alpha)}(t)]^2}^m + \sum_{\nu \neq \nu'} a_\nu^{(\alpha)} a_{\nu'}^{(\alpha)} \overline{[w_\nu^{(\alpha)}(t)\, w_{\nu'}^{(\alpha)}(t)]}^m$$

avec

$$(9)\qquad \overline{[w_\nu^{(\alpha)}(t)]^2}^m = \frac{s_\nu^{(\alpha)}(s_\nu^{(\alpha)}+1)}{n(n+1)}, \qquad \overline{w_\nu^{(\alpha)}(t)\, w_{\nu'}^{(\alpha)}(t)}^m = \frac{s_\nu^{(\alpha)} s_{\nu'}^{(\alpha)}}{n(n+1)}.$$

On en tire immédiatement :

$$(10)\qquad \overline{[\mathcal{A}(t)]^2}^m - \left(\overline{\mathcal{A}}^m\right)^2 = \sigma_a^2 = -\frac{1}{n+1}\left(\overline{\mathcal{A}}^m\right)^2 + \sum_\nu \frac{(a_\nu^{(\alpha)})^2 s_\nu^{(\alpha)}}{n(n+1)}$$

et l'on compare σ_a^2 à $\left(\overline{\mathcal{A}}^m\right)^2$. Si l'on ne fait aucune hypothèse sur les $a_\nu^{(\alpha)}$ et si l'on pose $\varepsilon = 1/s_p$, où s_p est le plus petit des $s_\nu^{(\alpha)}$, on a, pour le deuxième terme de (10),

$$(11)\qquad \frac{1}{n(n+1)} \sum_\nu (a_\nu^{(\alpha)})^2 (s_\nu^{(\alpha)})^2 \frac{1}{s_\nu^{(\alpha)}} < \frac{\varepsilon}{n(n+1)} \sum_\nu (a_\nu^{(\alpha)})^2 (s_\nu^{(\alpha)})^2 \sim \varepsilon \left(\overline{\mathcal{A}}^m\right)^2.$$

On a donc certainement

$$(12)\qquad \frac{\sigma_a^2}{\left(\overline{\mathcal{A}}^m\right)^2} = \mathrm{O}\left(\frac{1}{s_p}\right)$$

puisque le premier terme de (10) est de l'ordre de $1/\mathrm{S}^{(\alpha)}$. Si l'on fait l'hypothèse supplémentaire que tous les $a_\nu^{(\alpha)}$ sont bornés par un nombre a_{M}, on voit sans peine que le deuxième terme de (10) est aussi de l'ordre de $1/\mathrm{S}^{(\alpha)}$ $\left(\text{puisque } \sum_\nu s_\nu^{(\alpha)} = \mathrm{S}^{(\alpha)}\right)$. On peut écrire dans ce cas :

$$(13)\qquad \frac{\sigma_a^2}{\left(\overline{\mathcal{A}}^m\right)} = \mathrm{O}\left(\frac{1}{\mathrm{S}^{(\alpha)}}\right), \qquad \text{si} \quad a_\nu^{(\alpha)} \leq a_{\mathrm{M}}.$$

Les résultats (12) et (13) sont valables à tout instant t et constituent une propriété des observables macroscopiques pour des ensembles de systèmes à un très grand nombre de degrés de liberté.

2. On peut retrouver les résultats de [2] et [3] en remarquant que, d'après (9), $\overline{[w_\nu^{(\alpha)} - (s_\nu^{(\alpha)} \mid S^{(\alpha)})]^2}^m / (S^{(\alpha)2}/s_\nu^{(\alpha)2})$ est de l'ordre de $1/s_\nu^{(\alpha)}$; il est d'ailleurs aisé de montrer que les moyennes prises sur l'ensemble microcanonique sont équivalentes aux moyennes prises sur l'ensemble des observateurs macroscopiques.

3. On peut aussi déduire de (12) et (13) un théorème ergodique en moyenne quadratique en remarquant que les opérations de moyenne temporelle et de moyenne microcanonique commutent. On en tire la formule

$$\overline{\left[\overline{\left(\mathfrak{A}(t) - \overline{\mathfrak{A}}^m\right)^2}^t\right]}^m = \lim \frac{1}{T}\int_0^T \overline{\left(\mathfrak{A}(t) - \overline{\mathfrak{A}}^m\right)^2}^m dt = \overline{\left(\mathfrak{A}(t) - \overline{\mathfrak{A}}^m\right)^2}^m, \tag{14}$$

ce qui établit un théorème ergodique analogue à celui de von Neumann sans hypothèse particulière sur le spectre de l'hamiltonien; on voit ainsi qu'on a affaire à un théorème de mécanique générale, qui ne met pas en cause l'évolution temporelle mais seulement le grand nombre de degrés de liberté du système considéré. Remarquons enfin que l'application de l'inégalité de Schwarz conduit immédiatement à une autre forme de théorème ergodique :

$$\overline{\left|\overline{\mathfrak{A}(t)}^t - \overline{\mathfrak{A}}^m\right|^2}^m \leq \overline{\left(\mathfrak{A}(t) - \overline{\mathfrak{A}}^m\right)^2}^m, \tag{15}$$

de sorte que, d'après (12) ou (13), $\overline{\mathfrak{A}(t)}^t$ est pratiquement égal à $\overline{\mathfrak{A}}^m$ (sauf sur un ensemble de très petite mesure), ce qui justifie l'emploi de la distribution microcanonique en mécanique statistique; la formule (15) correspond à celle que nous avions établie dans notre thèse de doctorat [4]. Nous avions appliqué une méthode analogue à l'étude des propriétés des observables microscopiques pour des ensembles de systèmes quantiques [5] et [6]; mais, par suite d'une erreur de calcul, il manque dans la formule (9) de [6] des termes correspondant aux états dégénérés de sorte que l'emploi des observables macroscopiques paraît s'imposer ici. Nous reviendrons cependant sur ce point dans une prochaine Note, en essayant de comparer ces résultats à ceux de la théorie classique établis par Khintchine [7].

(1) Pour la définition des observables macroscopiques *voir* par exemple, N.G. VAN KAMPEN, *Physica*, 20, 1954, p. 603 et R. JANCEL, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1268.

(2) I. E. FARQUHAR et P. T. LANDSBERG, *Proc. Roy. Soc.*, A 239, 1957, p. 134.

(3) P. BOCCHIERI et A. LOINGER, *Phys. Rev.*, 111, 1958, p. 668 et 114, 1959, p. 948.

(4) *Fondements de la Mécanique statistique quantique*, 1957.

(5) R. JANCEL, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1693.

(6) R. JANCEL, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1864.

(7) A. I. KHINTCHINE, *Mathematical Foundations of Statistical Mechanics*, Dover, New-York, 1949.

MAGNÉTISME. — *Étude de l'aimantation de lames minces de nickel.* Note (*) de Mme **Thérèse Rappeneau**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'aimantation des lames minces de nickel déposées par évaporation est mesurée entre 0 et 100 Oe, à la température ambiante, au moyen d'un magnétomètre. Les cycles d'hystérésis sont tracés et les résultats obtenus comparés avec les mesures de magnétorésistance effectuées antérieurement sur les mêmes lames.

1. La magnétorésistance de lames minces de nickel évaporées sous vide, d'épaisseur comprise entre 300 et 700 Å, a fait récemment l'objet d'une étude dans les champs magnétiques moyens (0 à 400 Oe) et au-delà de la saturation (1000 à 6 000 Oe) [1]. Une étude de l'aimantation de ces mêmes lames complète les mesures précédentes de résistivité électrique et de magnétorésistance.

2. Les mesures d'aimantation ont été effectuées avec un magnétomètre analogue aux appareils réalisés par M. E. Thellier [2] et utilisé avec une sensibilité en moment magnétique de $1,13.10^{-4}$ U. E. M./mm. Dans ces conditions, on peut travailler entre 0 et 100 Oe et apprécier des variations d'intensité d'aimantation comprises entre 5 gauss pour les lames les plus minces et 3 pour les plus épaisses.

On a tracé, pour chaque lame, deux cycles d'aimantation, dans deux directions rectangulaires de leur plan : parallèlement (‖) et perpendiculairement (⊥) à la direction du courant lors des mesures de magnétorésistance.

3. L'étude de l'aimantation et des cycles d'hystérésis des différentes lames permet de faire un certain nombre d'observations en liaison avec les résultats antérieurs.

1° Nous n'avons décelé aucune aimantation des lames d'épaisseur inférieure à 500 Å, tandis que les lames plus épaisses s'aimantent toutes dans les conditions de nos expériences. Ce fait confirme les résultats déjà fournis par les mesures de magnétorésistance et de variation de la résistance en fonction de la température.

Lame N°	Support.	Épaisseur (Å).	H_c (‖).	H_c (⊥).	J_M (‖).	J_M (⊥).	$\frac{J_r}{J_M}$ (‖).	$\frac{J_r}{J_M}$ (⊥).	$[\Delta(0)]^{\frac{1}{2}}$.
1.....	Verre	720	37	35	310	283	0,93	0,90	–
2.....	»	685	22	22	312	314	0,61	0,78	0,143
3.....	»	665	12,5	12,5	191	185	$0,71_5$	0,66	0,095
4.....	Mica	655	10	22,5	158	204	0,38	$0,72_5$	0,087
5.....	Verre	650	15	14	114	112	0,79	0,75	–
6.....	»	645	21	–	38	–	0,63	–	0,057
7.....	Mica	640	19	32	101	174	0,32	$0,88_5$	–
8.....	Verre	640	20	11	80	57	0,59	0,57	0,069
9.....	»	590	7,5	–	28	–	$0,38_5$	–	0,030
11.....	»	585	7,5	7,5	56	61	0,82	0,63	0,053

2° Dans le domaine des champs magnétisants utilisés, l'aimantation des lames n'atteint pas encore la saturation technique, exception faite pour les plus minces. Elle croît rapidement avec l'épaisseur et dépasse 300 gauss dans le cas des plus épaisses, valeur inférieure à celle du nickel massif (tableau).

3° Les mesures de magnétorésistance dans les champs élevés nous avaient permis [1] de calculer, par extrapolation, l'anisotropie de résis-

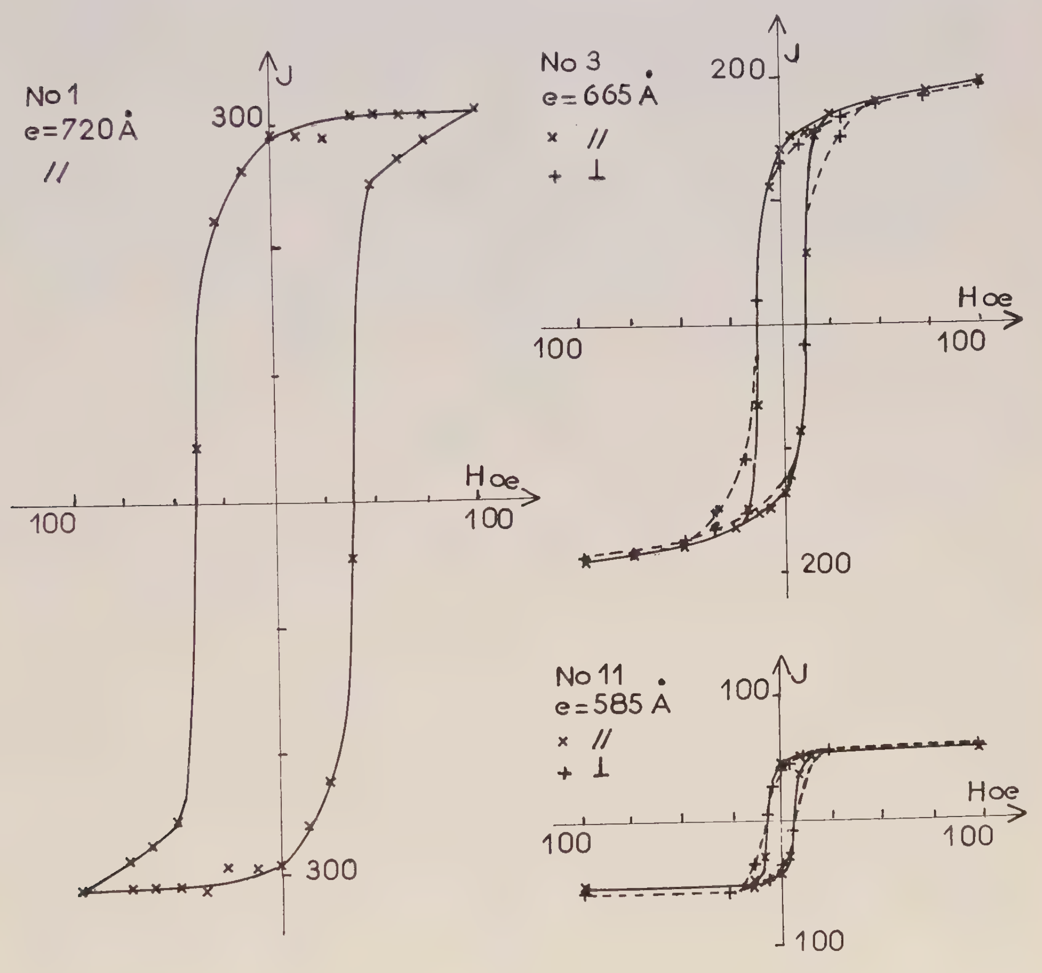


Fig 1

tance en champ nul, $\Delta(0) = (R_{\parallel} - R_{\perp})/R$. L'étude de l'aimantation des lames fait apparaître que l'aimantation maximum varie comme la racine carrée de l'anisotropie de résistance, sauf pour les faibles valeurs de $\Delta(0)$ $[\Delta(0)^{1/2} < 50.10^{-3}]$. Ce résultat est en accord avec les travaux de différents auteurs [3], [4], [5], [6] sur du nickel massif.

4° Les lames déposées sur support en verre présentent, en général, des cycles d'aimantation semblables dans les deux directions choisies (*fig.* 1). L'hystérésis est importante quelle que soit l'épaisseur de la lame et l'aimantation rémanente J_r est comprise entre 0,6 et 0,9 fois l'aimantation

maximum J_M. Le champ coercitif H_c diminue avec l'épaisseur des lames comme le laissaient prévoir les mesures de magnétorésistance.

5° Les lames évaporées sur mica (*fig.* 2) sont caractérisées par une anisotropie très nette. Les cycles d'aimantation suivant la direction ⊥ rappellent ceux des lames déposées sur verre, avec toutefois des valeurs de champ coercitif nettement plus élevées. Dans l'autre direction, l'hystérésis est beaucoup plus faible et l'aimantation difficile à obtenir. Tout se passe comme si les lames étaient soumises à une traction entre les contacts électriques et à une compression dans la direction perpendiculaire.

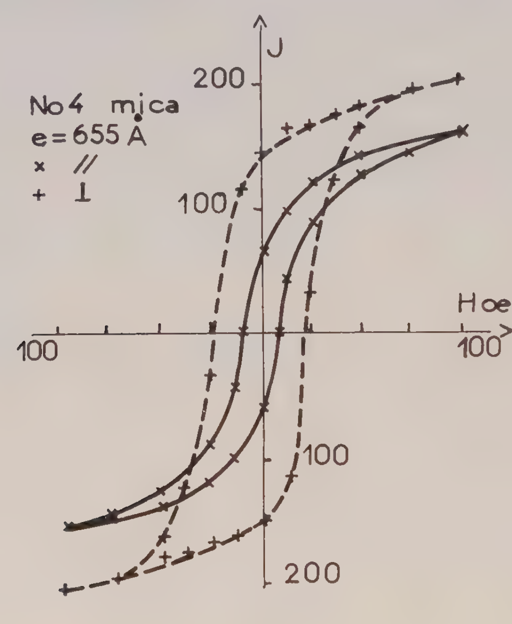


Fig. 2.

5. Une comparaison rigoureuse de différentes propriétés des lames n'est pas possible, car il semble qu'au cours du temps se soient produits des phénomènes de vieillissement avec apparition de tensions qui jouent toujours un rôle important dans les processus d'aimantation du nickel.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) Mme T. Rappeneau, *Th. Sc. Phys.*, Paris, 1958, série A 3174, n° 4046.
(2) M. E. Thellier, *Ann. Inst. Phys. Globe*, Paris, 16, 1938, p. 157.
(3) E. Englert, *Ann. Physik*, 14, 1932, p. 589.
(4) W. Gerlach, *Ann. Physik*, 12, 1932, p. 849.
(5) W. Gerlach, *Ann. Physik*, 8, 1931, p. 649.
(6) K. Schneiderhan, *Ann. Physik*, 11, 1931, p. 385.

MAGNÉTISME. — *Ferromagnétisme reproductible à volonté dans le domaine d'impureté stœchiométrique de l'oxyde de nickel.* Note (*) de MM. **Nicolas Perakis** et **Giuseppe Parravano**, transmise par M. Gabriel Foëx.

Σ étant, en magnétons de Bohr, la rémanence ferromagnétique dont on peut saturer à volonté une molécule de NiO contenant x atome d'oxygène en excès, on a $\Sigma = kx$, avec $k \simeq 1/6$, dans l'intervalle $4.10^{-5} \leqq x \leqq 3.10^{-3}$. La valeur $x_0 \leqq 0{,}00004$ atome O/mol NiO peut être considérée comme la limite stœchiométrique magnétique de l'oxyde de nickel.

1. Au cours de nos recherches sur le comportement thermomagnétique de l'oxyde NiO nous avons mis en évidence une rémanence ferromagnétique reproductible à volonté, définie plus loin, apparaissant par refroidissement dans un champ magnétique, pour disparaître par recuit à la température de Néel ([1]). Elle dépend à la fois de la température de trempe, T_t, et du champ magnétique de trempe, H_t, elle s'annule avec lui. Il existe un champ limite de trempe, $(H_t)_{lim}$, la température limite de trempe étant le point de Néel, T_N, défini ici comme la température de dissipation par chauffage de la rémanence. $T_t \geqq T_N$ et $H_t \geqq (H_t)_{lim}$ sont les conditions de saturation,

2. Reconnue dans le composé $Mg_{0,01}\,Ni_{0,99}\,O_{1,003}$, la rémanence spécifique y était de l'ordre de 22.10^{-3} gauss.cm^3.g^{-1} à 15° C, pour $H_t = 7\,550$ Oe et $T_t \geqq T_N$. Dans les mêmes conditions, elle était à peine de 2.10^{-3} dans un échantillon de NiO considéré alors comme stœchiométrique, mais que nous pourrions représenter maintenant par la formule $NiO_{1,0002}$. Cette observation indiquait nettement qu'il y avait une relation de cause à effet entre le degré d'impureté stœchiométrique de NiO (excès d'oxygène ou déficit de métal) et ce ferromagnétisme dont l'oxyde peut être saturé à volonté. Cette relation est précisée dans cette Note.

3. Il s'agissait de préparer des échantillons de NiO de contenu d'oxygène différent, *magnétiquement purs*, de les saturer de rémanence et d'en faire l'étude cryomagnétique, afin de déterminer la limite de cette rémanence.

Quatre échantillons ont été étudiés, dont la composition est indiquée dans le tableau II. La valeur $x = 12{,}22.10^{-4}$ atome O/mol NiO représente *l'excès d'oxygène le plus élevé que nous ayons pu incorporer dans l'oxyde pur.* En fait, l'échantillon IV, le plus riche en oxygène, contenait en solution solide 0,01 atome Mg/mol NiO. Polycristallins, scellés sous vide dans des ampoules de quartz, *les produits ne présentaient pas de sensibilité au champ notable.* On avait pris $H_t = 7\,550$ Oe et $T_t = 550°$ K. On avait toujours $T_t \geqq T_N$, mais pour la solution H_t était inférieur à $(H_t)_{lim}$.

4. Tracées par températures croissantes (80° K $\rightleftharpoons$ température ambiante $\rightarrow T_N$), les courbes I, II, III et IV de la figure 1 représentent la variation thermique de la rémanence spécifique, σ (H = 7 550 Oe) des

quatre échantillons caractérisés dans le tableau II, l'excès d'oxygène croissant de I à IV. En réalité, dans l'intervalle (température ambiante → T_N) il y a à la fois variation et dissipation thermique, puisque la rémanence a effectivement disparu au point de Néel. Elle ne reprendra la valeur qu'elle avait à la température ambiante que si le refroidissement depuis T_N a lieu dans $H_t = 7\,550$ Oe.

On a $\sigma = 1/2\,(\chi_+ - \chi_-)$, où χ_+ et χ_- représentent la susceptibilité spécifique mesurée dans le champ H, respectivement dans le sens du champ de trempe et dans le sens opposé. χ_+ et χ_- varient avec H, dans le sens ferro- et antiferromagnétique respectivement, alors que σ (et χ_{moy}) n'en dépend pas en général. Voici, à titre d'exemple, un cycle magnétique pour $x = 3.10^{-3}$ (IV).

Tableau I.

	H (Oe)	7 550 →	6 700 →	5 500 ⇄	3 350	7 550 ⇄ 3 350
14° C.	$10^6\chi_+$	13,13	13,46	14,35	16,56	
	$10^6\chi_-$	7,30	6,97	6,22	3,84	– –
	$10^6\chi_{moy}$	10,22	10,21	10,28	10,20	10,22 ± 0,02
	$10^3\sigma$	22,0	21,8	22,3	21,3	21.8 ± 0,5

5. La rémanence croît de zéro avec l'excès d'oxygène, pratiquement depuis une valeur x_0, limite stœchiométrique magnétique de NiO, dépendant de la sensibilité des moyens d'observation utilisés. Si dans l'échantillon I la rémanence n'a pu être mesurée avec précision, elle n'en est pas moins réelle, et l'on peut prendre ici $x_0 \leq 4.10^{-5}$ atome O/mol NiO.

L'excès d'oxygène croissant, l'aimantation limite se déplace vers les basses températures, le point de Néel vers les températures élevées. La droite de la figure 2 donnerait $T_N = 520°$ K pour NiO stœchiométrique ($x = 0$). On prend, en général, $T_N = 523°$ K, sans indiquer, il est vrai, le degré d'impureté stœchiométrique de l'échantillon qui, en fait, contiendrait un excès d'oxygène d'environ 4.10^{-4} atome O/mol NiO (point *a*, *fig.* 2).

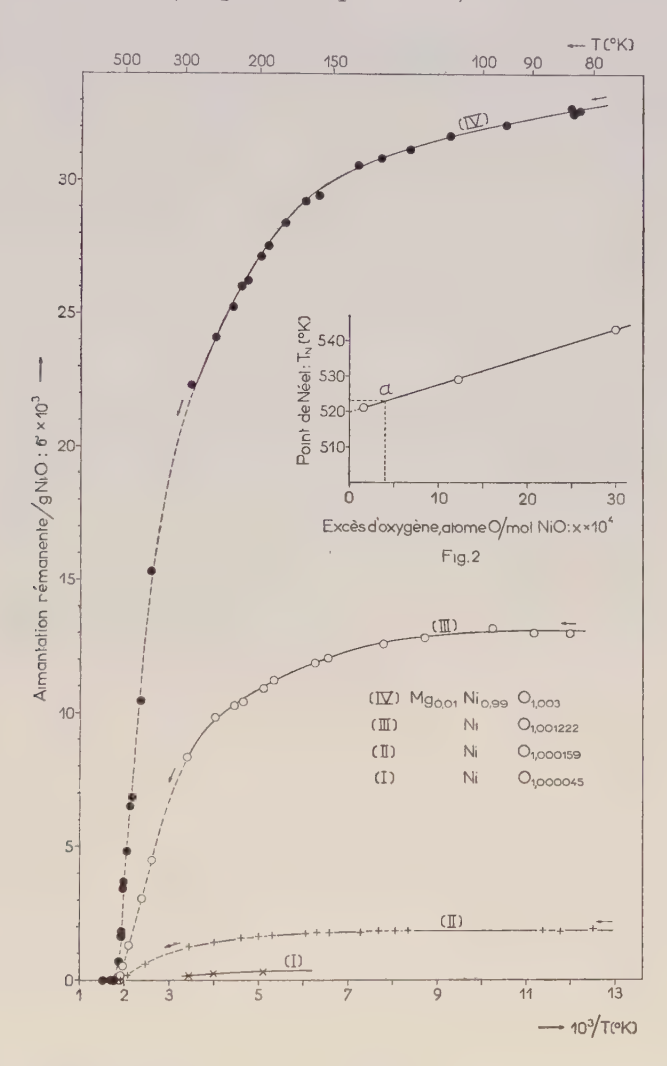
6. Si l'on représente par Σ la rémanence limite, en magnétons de Bohr, par molécule NiO contenant x atome d'oxygène en excès, on a pour le

Tableau II.

	$x.10^4$.	T_N (°K).	$\Sigma.10^4$ ($T_t = 550°$ K $\geq T_N$, $H_t = 7\,550$ Oe).		$\frac{\Sigma}{x}$.
(I)	0,45	–	∼ 0,05	$H_t \geq (H_t)_{lim}$	–
(II)	1,59	521	$0,25_0$	$H_t \leq (H_t)_{lim}$	0,16
(III)	12,22	529	1,80	$H_t < (H_t)_{lim}$	0,15
(IV)	30	543	> 4,4	$H_t < (H_t)_{lim}$	0,15
	(en moyenne)		(limite approchée)		

rapport Σ/x les valeurs 0,16, 0,15 et 0,15, respectivement pour les échantillons II, III et IV, pour lesquels la rémanence était assez forte pour être mesurée avec précision (tableau II). La valeur 0,16 est la plus exacte

des trois, non seulement parce que l'aimantation limite $0{,}25 \cdot 10^{-4}$ est très bien déterminée (courbe II, *fig.* 1), mais aussi parce qu'elle se confond pratiquement (à 2 à 3 % près) avec la saturation. En fait, si l'on avait, dans tous les cas $T_t \geqq T_N$, la condition $H_t \geqq (H_t)_{lim}$ n'était satisfaite que pour les échantillons I (trop faible précision) et II seulement.



7. Il résulte de cette étude qu'une rémanence ferromagnétique peut être induite à volonté dans une molécule de NiO contenant x atome d'oxygène en excès, par refroidissement depuis la température de Néel dans un champ magnétique. Ce ferromagnétisme d' « impureté » *n'apparaît pas dans* NiO *stœchiométrique* ($x_0 \leqq 4 \cdot 10^{-5}$), qui se comporte comme un antiferromagnétique ordinaire. Dans l'intervalle $4 \cdot 10^{-5} \leqq x \leqq 3 \cdot 10^{-3}$, on a $\Sigma = kx$, avec $k = 0{,}16 \simeq 1/6$, Σ étant la saturation en magnétons de Bohr.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) N. Perakis, J. Wucher, G. Parravano et R. Wendling, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 3037.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Mesure radioélectrique de la valeur d'une induction magnétique et de sa stabilité dans le temps.* Note (*) de MM. **Claude Fric** et **Harald Hahn**, présentée par M. Louis de Broglie.

On décrit une nouvelle méthode de mesure d'une induction magnétique où la mesure est ramenée à la lecture instantanée de la fréquence d'un autooscillateur nucléaire de type Maser piloté par l'induction magnétique. On opère ici au voisinage de 30 MHz soit 7 000 gauss.

1. *Principe de la méthode.* — La mesure d'un champ magnétique par le pointé d'une raie de résonance magnétique nucléaire est une technique déjà bien développée.

Le procédé décrit ici permet de pousser la précision bien au-delà de 10^{-5} en valeur relative et ne nécessite pas d'opérer dans un champ spatialement très homogène comme la technique de haute résolution; il permet aussi de se passer de tout balayage et de détection synchrone, il est donc très facile à mettre en œuvre.

Notre but était de mesurer directement le degré de stabilité de l'induction magnétique dans l'entrefer d'un électroaimant dont nous avons décrit précédemment la régulation [1], [2]. Diverses mesures faites soit sur le courant d'alimentation soit sur les fluctuations du champ par effet d'induction, permettaient d'espérer une stabilité voisine de 10^{-6} à $B_0 = 7\,000$ gauss, soit 7 mgauss. Comme la répartition spatiale du champ sur le volume de l'échantillon s'étend sur environ 50 mgauss, l'emploi de la haute résolution était exclu.

Nous avons donc mesuré la fréquence d'oscillation d'un maser à courant d'eau précédemment décrit [3].

Ce dispositif présente une plage d'accrochage notable même si le champ présente une inhomogénie de 300 mgauss/cm grâce à l'utilisation d'un multiplicateur de surtension.

2. *Dispositif expérimental* (*fig.* 1). — Pour $B_0 \simeq 7\,000$ gauss correspond la fréquence $f_0 \simeq 30$ MHz. Effectuer la mesure de $\Delta B_0/B_0$ à 10^{-7} revient à pouvoir mesurer f_0 à 3 cycles près.

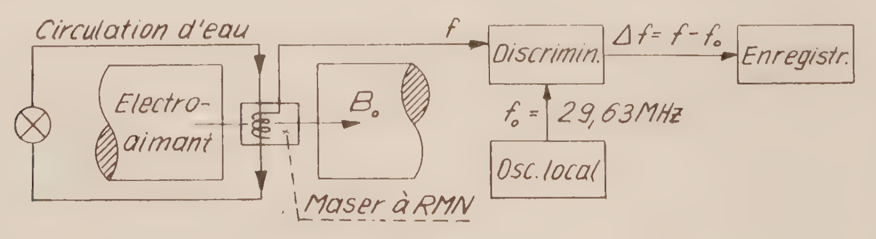


Fig. 1. — Schéma du dispositif du maser et du circuit de mesure.

A cet effet, l'un d'entre nous a construit un système discriminateur de fréquence décrit dans la référence [4] qui a une plage de discrimination

de 300 Hz, linéaire sur une étendue de 150 Hz et permet la mesure d'une fréquence comprise entre 29,625 et 29,633 MHz à la précision désirée.

La tension de sortie est enregistrée à l'aide d'un potentiomètre électronique qui limite la bande passante à 1 Hz, ce qui ici est suffisant car l'induction magnétique est assez bien régulée pour ne présenter que des dérives lentes. Le bruit de fond limite la sensibilité continue instantanée à 0,3 Hz soit 10^{-8} et la dérive propre du système limite la précision à long terme à 3.10^{-7} sur une demi-heure.

3. *Résultats, effet d'entraînement de fréquence.* — L'appareil qui vient d'être décrit permet de déceler aisément les défauts accidentels du régulateur d'induction; il met aussi en évidence l'effet résiduel néfaste des fluctuations du secteur dans les mauvaises heures de la journée.

L'enregistrement présenté sur la figure 2 est relatif à une période du jour très favorable. 2 mn après le début de l'enregistrement, et sur 20 mn,

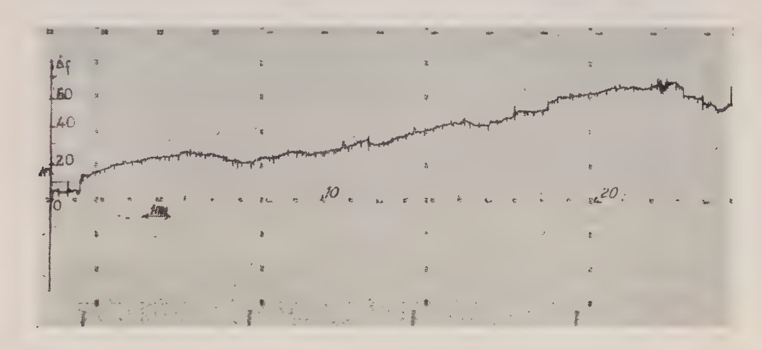


Fig. 2. — Enregistrement de la fréquence du maser, $f_0 = 29{,}63$ MHz.
On notera à intervalles réguliers, des pics parasites dus à des signaux E. D. F. nocturnes.

il se produit un glissement de fréquence de 50 Hz, ce qui correspond à une stabilité à long terme de $1{,}7.10^{-6}$. On observe de nombreux intervalles dont la durée est de 1 à 2 mn et où la stabilité est de 10^{-7}. La fréquence mesurée est donnée par

$$f = \frac{\frac{\omega T_2}{2} f_0 + Q f_c}{\frac{\omega T_2}{2} + Q} = f_0 + \frac{Q}{\frac{\omega T_2}{2} + Q}(f_c - f_0) \quad (^5),$$

où $f_0 = \gamma B_0$ est la fréquence de Larmor des protons dans l'induction B_0; f_c la fréquence de résonance du circuit oscillant; Q la surtension artificielle de la bobine du maser; T_2 tel que $\gamma\, \Delta H T_2 = 1$; ΔH, demi-largeur à mi-hauteur de la raie de résonance des protons de l'eau en mouvement. On voit que la fréquence d'oscillation apparaît comme le barycentre des fréquences f_0 et f_c et est d'autant plus voisine de f_0 que $K = Q/[(\omega T_2/2) + Q] \ll 1$. Initialement $f_c = f_0$, si le dispositif multiplicateur de surtension dérive de Δf_c, on enregistre également l'entraînement de fréquence correspondant

$\Delta f = K \Delta f_c$. Dans nos expériences $Q = 16\,000$, $T_2 = 1{,}4$ ms, $\omega \simeq 2.10^8$ d'où $K \simeq 1/10$.

Nous n'avons pas mesuré directement Δf_c, mais nous l'avons estimé en mesurant de la même manière la dérive de fréquence lorsque l'appareil de réception fonctionne en oscillateur ordinaire et cela pour le même niveau d'oscillation que dans le fonctionnement en maser. La dérive enregistrée de façon continue après chauffage est régulière et sa valeur dans le temps (*fig.* 3) est de 100 Hz pour 20 mn dans les meilleures conditions.

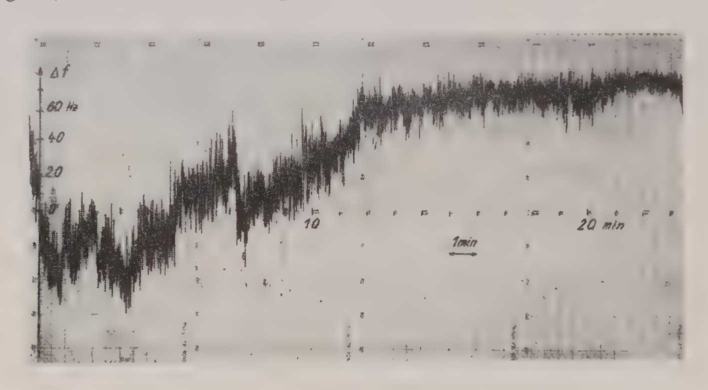


Fig. 3. — Enregistrement de la dérive de fréquence de l'oscillateur autodyne. $f_0 = 29{,}63$ MHz.

De ce fait, l'entraînement de fréquence qui en résulte en fonctionnement en maser est de 10 Hz, de sorte que sur les 50 Hz de dérive de la fréquence enregistrée, on peut considérer que 40 Hz seulement sont imputables à f_0 ce qui laisse espérer pour B_0 une stabilité meilleure de l'ordre de $1{,}3.10^{-6}$ sur 20 mn.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) C. Fric, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 3602.
(2) M. Sauzade, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 205.
(3) H. Benoit et C. Fric, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1985 et 249, 1959, p. 80.
(4) H. Hahn, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1149.
(5) Gordon, Zeiger et Townes, *Phys. Rev. U. S. A.*, 99, 1955, p. 1265.

(*Laboratoire d'Électronique et Radioélectricité de la Sorbonne*, B. P. n° 9, *Fontenay-aux-Roses, Seine*.)

SUPRACONDUCTIBILITÉ. — *L'existence probable des éléments supraconducteurs de température de transition extrêmement basse.* Note (*) de M. **Bruce Bailey Goodman**, transmise par M. Louis Néel.

L'examen de la distribution statistique, parmi les éléments supraconducteurs, du paramètre N(o)V de la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer, laisse supposer qu'un certain nombre d'éléments supraconducteurs de température de transition extrêmement basse reste à découvrir.

Dans la théorie de la supraconductibilité de Bardeen, Cooper et Schrieffer [1], on définit un paramètre d'interaction V qui représente la différence entre l'interaction électron-phonon, favorable à la supraconductibilité, et l'interaction électrostatique entre les électrons, qui est défavorable. Si la première est la plus forte, V est positif et le métal est supraconducteur avec une température de transition T_c donnée par

$$T_c = \lambda\theta \exp\left(-\frac{1}{N(o)V}\right). \quad (1)$$

Ici λ est une constante numérique qu'on a admise voisine de 0,85 [2], θ est la température de Debye du réseau et N (o) est la densité d'états électroniques au niveau de Fermi pour un seul spin. Cependant, dans le cas des métaux ferromagnétiques et antiferromagnétiques, ainsi que pour les terres rares, une forte interaction entre les spins des électrons s'ajoute à l'interaction V [3], tendant à empêcher le métal de devenir supraconducteur; pour simplifier cette Note nous nous proposons d'exclure de tels métaux de notre traitement.

Or, V est la différence entre deux termes du même ordre de grandeur [2], [3] dont chacun pourrait, vraisemblablement, varier d'une façon aléatoire dans l'ensemble des éléments, vu la complexité des facteurs qui les déterminent. Étant donnée cette circonstance spéciale on pourrait se demander si la distribution des valeurs de V des éléments métalliques est gaussienne. Il est, cependant, plus commode de se demander si les valeurs de N (o) V (que nous dénoterons par ν) se répartissent d'une telle façon, ce qui semble également possible en l'absence, que nous avons vérifiée, d'aucune corrélation *globale* entre les valeurs de N (o) et V.

Parmi les éléments sur lesquels des études supraconductrices ont été faites [4] nous allons en considérer un certain nombre N, qui est de l'ordre de 50, pour lesquels nous ne pouvons pas exclure *a priori* l'existence possible d'une transition supraconductrice. Nous verrons que nos conclusions sont peu sensibles au choix exact de N. Pour les 22 éléments supraconducteurs connus les valeurs de ν ont déjà été calculées [3] à partir de l'équation (1); elles sont toutes supérieures à 0,15. Par contre, l'application de la même équation démontre que sensiblement $\nu < 0,15$ pour tous les autres éléments en question.

Si en effet, les valeurs de ν de ces N éléments se répartissent d'une façon parfaitement gaussienne le nombre n dont la valeur $\nu \geqq \nu_n$ peut s'écrire

$$n = \mathrm{N}\{1 - \Phi(y_n)\}, \tag{2}$$

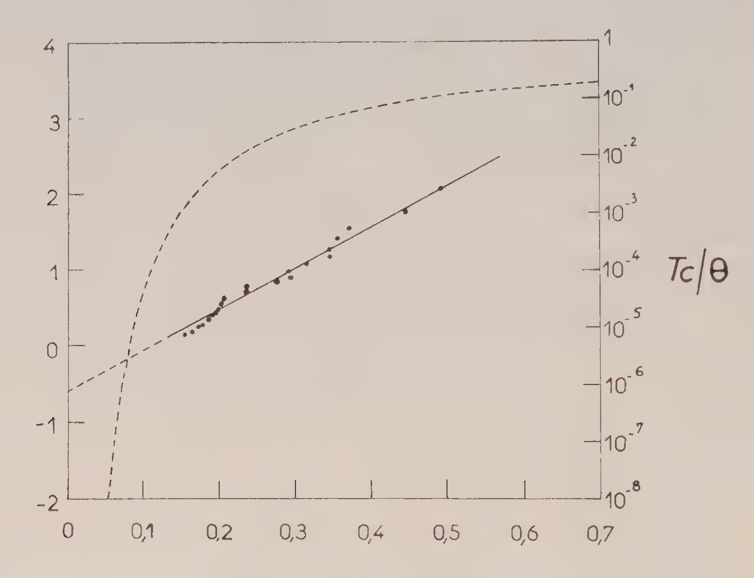
où

$$y_n = \frac{\nu_n - \nu_0}{\sigma}, \tag{3}$$

ν_0 et σ étant des paramètres de la distribution, et

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}}\, du. \tag{4}$$

Nous avons arrangé les valeurs expérimentales de ν en ordre de grandeur décroissante : $\nu_1 > \nu_2 > \nu_3 > \ldots$ et nous avons porté (*fig.* 1),



ν_n en fonction de y_n [défini par les équations (2) et (4) avec $\mathrm{N} = 50$]. Le fait que nous retrouvons la droite de l'équation (3) démontre donc que les valeurs *connues* de ν font partie d'une distribution gaussienne.

En se servant des valeurs $\nu_0 = 0{,}11$ et $\sigma = 0{,}19$ qu'on déduit de la droite (*fig.* 1) et en faisant l'hypothèse que la distribution gaussienne reste valable pour $\nu < 0{,}15$ on peut calculer le nombre total des N éléments qui deviendraient supraconducteurs à des températures suffisamment basses. Ce nombre dépasse de 14 le nombre des éléments supraconducteurs actuellement connus. Toutefois, la courbe en traits interrompus (*fig.* 1), qui représente l'équation (1) démontre que, pour ν petit, T_c/θ décroît de plus en plus vite, et il faut donc se demander à quelles températures de nouvelles transitions supraconductrices seraient découvertes. En prenant $\theta = 100^\circ$ K nous trouvons que cinq éléments seulement deviendraient supraconducteurs au-dessus de 10^{-3} °K et seulement cinq de plus entre 10^{-6} et 10^{-3} °K.

Évidemment les conclusions de notre extrapolation de la distribution gaussienne doivent être considérées avec beaucoup de prudence. Mais d'une part, elles sont très peu sensibles au choix de N, car en refaisant les calculs avec N égale 40 ou 60, par exemple, nous trouvons toujours une relation linéaire entre y_n et ν_n qui conduit sensiblement au même nombre de transitions à découvrir. D'autre part, il serait quand même surprenant que la distribution régulière mise en évidence par la figure 1 s'arrêtât brusquement à $\nu = 0{,}15$. En l'absence actuelle de calculs théoriques de ν pour la plupart des éléments il semble donc qu'en allant à des températures considérablement plus basses que celles obtenues couramment par la désaimantation adiabatique des sels paramagnétiques, il soit possible de trouver de nouveaux éléments supraconducteurs.

(*) Séance du 21 décembre 1959.

(1) J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.*, 108, 1957, p. 1175.
(2) P. Morel, *J. Phys. Chem. Solids*, 10, 1959, p. 277.
(3) D. Pines, *Phys. Rev.*, 109, 1958, p. 280.
(4) D. Shœnberg, *Superconductivity*, 2e éd., Cambridge, 1952, p. 222.

(Laboratoire d'Électrostatique et de Physique du Métal Institut Fourier, place du Doyen-Gosse, Grenoble.)

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Enregistrement des oscillations du rotor d'un alternateur couplé sur un réseau.* Note (*) de MM. **Émile Pillet** et **Marcel Sabatier**, transmise par M. Louis Néel.

Description d'un nouveau dispositif pour enregistrer les oscillations du rotor d'un alternateur couplé sur un réseau, en portant sur un écran cathodique une longueur proportionnelle à l'intervalle de temps entre deux impulsions.

La méthode consiste à faire apparaître sur un écran d'oscillographe deux points séparés par une longueur proportionnelle au déphasage angulaire de deux vecteurs représentant deux différences de potentiel sinusoïdales. Connaissant le facteur de proportionnalité entre la longueur et l'angle, on en déduit l'amplitude du déphasage.

— Le premier repère est associé en position à la grandeur sinusoïdale caractéristique du réseau $\vec{U}_R$ (vecteur différence de potentiel);

— De même, le deuxième est associé à la grandeur sinusoïdale caractéristique de l'alternateur $\vec{E}$ (vecteur force électromotrice).

L'intervalle séparant ces deux repères sur l'écran de l'oscillographe sera

$$l = v\,\Delta t,$$

v, vitesse de déplacement sur l'écran du faisceau électronique lumineux;

Δt, temps séparant les deux impulsions obtenues à partir de $\vec{U}$ et $\vec{E}$.

Le facteur k de proportionnalité entre les angles et la longueur mesurée aura pour valeur

$$k = \frac{\omega}{v},$$

ω, vitesse angulaire des vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{E}$.

La réalisation pratique se présente ainsi :

— Le signal sinusoïdal fourni par le réseau est appliqué à un ensemble électronique amplificateur-écrêteur-basculeur-dérivateur. L'impulsion positive obtenue déclenche le balayage de l'oscillographe, mais la trace du faisceau électronique sur l'écran est rendue invisible par un réglage approprié de la luminosité.

— Un alternateur tachymétrique accouplé directement au rotor de l'alternateur étudié délivre un signal périodique de même fréquence que celle de l'alternateur principal. Ce signal traverse un déphaseur réglable, puis est modifié par un ensemble électronique semblable au premier. On obtient finalement une impulsion négative.

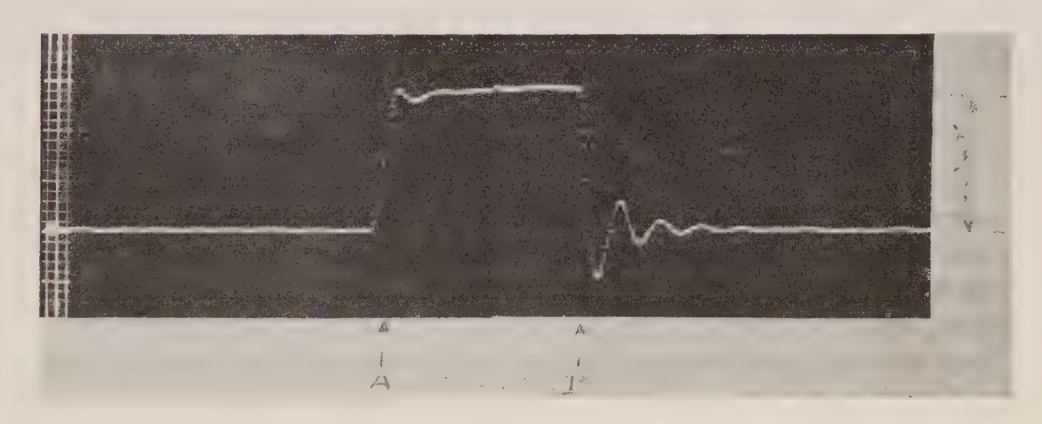
Appliquée à la cathode du tube écran de l'oscillographe, cette impulsion renforce un court instant la trace du faisceau électronique sur l'écran, et un point brillant apparaît. Une caméra à déroulement vertical enre-

gistre les déplacements latéraux du point brillant. Un point apparaissant à chaque période, la courbe enregistrée est en pointillés. La sensibilité de ce dispositif est fonction de la vitesse de balayage.

Une vitesse de 1 cm/μs fournit la possibilité de mesurer les petites oscillations du rotor, l'alternateur fonctionnant en régime permanent : 1 cm sur l'écran correspond à moins de 2/100e de degré électrique pour une fréquence de 50 p/s (bruit de fond dû aux fluctuations de la fréquence du secteur).

De même, un décrochage de l'alternateur peut être enregistré, en choisissant une vitesse plus lente.

La précision de la mesure de l'amplitude des déplacements angulaires dépend de la précision dans l'étalonnage de la base de temps de l'oscillographe. La précision de la mesure des temps dépend de la précision de la vitesse de déroulement du film enregistreur, mais le tracé pointillé de la courbe fournit à cette mesure un élément très précis de vérification, l'intervalle entre chaque point de la courbe étant égal à la durée d'une période des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{U}$.



L'enregistrement a été effectué sur une machine triphasée, tétrapolaire, de puissance 10 kW fonctionnant en moteur synchrone avec l'amortisseur transversal seul.
A. Augmentation brutale de la charge. (La puissance absorbée passe de 4,4 à 8,8 kW.)
B. Diminution brutale de la charge. (La puissance absorbée passe de 8,8 à 4,4 kW.)
Le décalage angulaire entre ces deux états de fonctionnement en régime permanent représente 22° 40′.

Applications. — L'enregistrement donné en exemple permet de constater l'influence très nette de la charge sur l'amortissement des oscillations. On peut de même étudier l'effet de différents modèles d'amortisseurs. Le même dispositif peut s'appliquer à toutes les machines synchrones (moteurs synchrones et commutatrices).

(*) Séance du 18 janvier 1960.

OPTIQUE. — *Détermination photoélectrique de la position des lignes neutres d'un milieu faiblement biréfringent.* Note (*) de MM. **Harold Wayland** et **Jacques Badoz**, présentée par M. Gustave Ribaud.

La détermination de la position des isoclines d'un milieu anisotrope devient d'autant plus difficile que le milieu est moins biréfringent. Dans les deux analyseurs photoélectriques décrits, le courant photoélectrique, modulé alternativement, est rendu proportionnel à l'angle à mesurer. Ces montages photoélectriques sont comparés aux analyseurs visuels correspondants.

1. Pour déterminer la position des isoclines (n_1 et n_2) d'un milieu faiblement biréfringent (angle de phase, δ) la méthode d'extinction la plus simple (*fig.* 1, $\beta \to 0$) est peu précise ; le flux Φ, émergeant de l'analyseur A, proportionnel à $\beta^2.\delta^2$, passe en effet par un minimum peu net

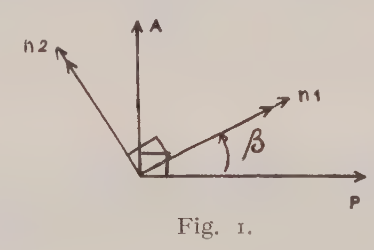


Fig. 1.

P, polariseur; A, analyseur; n_1, n_2, lignes neutres du milieu étudié.

lorsque $\beta \to 0$ (détection quadratique). La précision de cette détermination peut être notablement améliorée si Φ peut être rendu proportionnel *à la fois* à l'angle β, à mesurer et à la biréfringence δ, (détection linéaire) [1].

Dans certains analyseurs visuels on compare simultanément deux plages dont l'éclairement est proportionnel à $\beta\,\delta$ [2], [3]. Dans les montages photoélectriques « dynamiques » cette comparaison est effectuée alternativement grâce à la modulation du phénomène. L'amplification alternative et la détection synchrone du courant photoélectrique assurent alors une bonne sensibilité [1], [4]. Divers analyseurs peuvent ainsi être imaginés.

2. Entre un polariseur (P) et un analyseur (A), croisés (*fig.* 2) on place à la suite : le milieu étudié (angle de phase, δ; angle d'isocline, β), une lame $\Lambda/4$ (angle de phase, $\pi/2$; angle d'isocline nul) un milieu de pouvoir rotatoire γ. Si l'on néglige la lumière parasite le flux Φ, émergeant de l'analyseur, a alors pour expression

$$(1) \qquad \frac{2\Phi}{\Phi_0} = 1 - \cos\gamma\,(\cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta\cos\delta) - \underline{\sin 2\gamma\,.\,\sin 2\beta\,.\,\sin\delta}.$$

Pour β et δ petits, le terme souligné est bien proportionnel à $\beta\,\delta$.

L'analyseur biplage de Jerrard [2] comprend ainsi, outre la lame $\Lambda/4$, une bilame dont une moitié introduit une rotation γ des vibrations et

l'autre moitié une rotation $-\gamma$. La différence de luminance des deux plages est alors proportionnelle à $2 \sin 2\gamma \sin 2\beta \sin \delta \simeq 4\beta\delta \sin 2\gamma$.

Dans le montage photoélectrique il faudra moduler le pouvoir rotatoire $\gamma = \gamma_0 \sin \omega t$, par exemple à l'aide d'une cellule de Faraday alimentée en courant alternatif. Un amplificateur sélectif accordé sur ω et une détection synchrone permettront de ne mesurer que le signal d'amplitude

$$\Phi_S = 2\Phi_0 . \beta . \delta . J_1(2\gamma_0) . \sin \omega t. \tag{2}$$

La sensibilité sera limitée par le bruit schot de la photocellule dû principalement aux termes constants Φ_B de Φ : $2\Phi_B \simeq \Phi_0[1 - J_0(2\gamma_0)]$, J_1 et J_0 sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1; β et δ sont supposés petits. Le rapport signal/bruit est alors proportionnel à

$$\frac{S}{B} = 2\sqrt{2\Phi_0^{\frac{1}{2}}} . \beta . \delta . R, \qquad \text{avec} \quad R = \frac{J_1(2\gamma_0)}{[1 - J_0(2\gamma_0)]^{\frac{1}{2}}}. \tag{3}$$

Le rapport R varie peu avec γ_0 et reste voisin de 1. Il suffit de prendre γ_0 assez grand pour que la lumière parasite due à l'imperfection du montage reste négligeable devant les autres termes de (1).

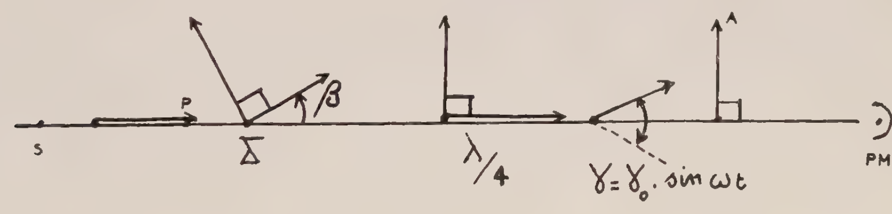


Fig. 2.

Le rapport signal/bruit est bien proportionnel à l'angle β à mesurer, il est d'autant plus grand que l'angle de phase du milieu et le flux Φ_0, issu de la source sont plus grands.

Cette méthode est préférable à celle décrite récemment par l'un de nous [1] car, pour un même signal, le bruit est ici plus faible.

3. Entre un polariseur P et un analyseur A croisés (*fig.* 3) on place le milieu à étudier (angle de phase, δ; angle d'isocline, β) et un second milieu biréfringent (angle de phase, γ; angle d'isocline, α). Si l'on néglige la lumière parasite, le flux Φ, émergeant de l'analyseur a pour expression

$$\begin{aligned}\frac{2\Phi}{\Phi_0} = 1 &- (\cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta \cos\delta)(\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha \cos\gamma) \\ &- \sin 2\beta \cos 2\beta (1 - \cos\delta) \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos\gamma) + \underline{\sin 2\beta . \sin\delta . \sin 2\alpha . \sin\gamma}.\end{aligned} \tag{4}$$

Le dernier terme est encore proportionnel à $\beta . \delta$ (pour β, δ petits).

Pour constituer un analyseur biplage, Cerf [3] utilise, en lumière blanche, une bilame de Bravais (angle d'isocline, α; angle de phase, γ, pour une des plages et $-\gamma$, pour l'autre). On peut voir que les différences de lumi-

nance entre les deux plages pour les radiations rouges, $\Delta\Phi_R$, et bleues, $\Delta\Phi_B$, sont proportionnelles à $\beta\,\delta$ et de signe opposés

$$\Delta\Phi_R = \quad 2\Phi_{0R}.\sin 2\alpha.\sin 2\beta.\sin\delta.|\sin\gamma_R|,$$
$$\Delta\Phi_B = -2\Phi_{0B}.\sin 2\alpha.\sin 2\beta.\sin\delta.|\sin\gamma_B|.$$

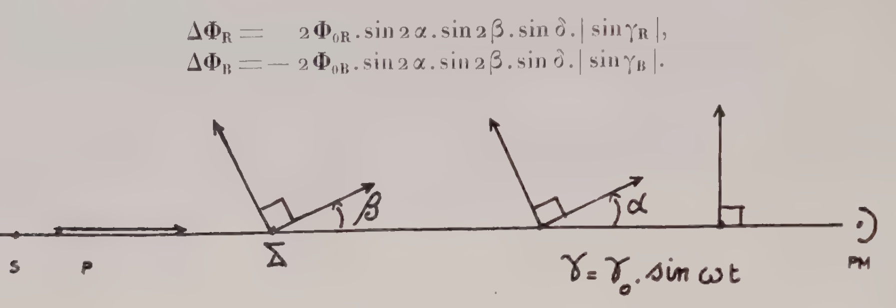


Fig. 3.

Dans un montage photoélectrique l'angle de phase sera modulé $\gamma = \gamma_0 \sin \omega t$, grâce à la biréfringence électrique d'un cristal par exemple ([5]). Le signal mesuré comme précédemment (§ 2) a pour expression

$$(5) \qquad \Phi_S = 2\Phi_0.\beta.\delta.\sin 2\alpha.J_1(\gamma_0).\sin\omega t.$$

Le rapport signal/bruit est maintenant proportionnel à

$$(6) \qquad \frac{S}{B} = 2\sqrt{2}\,\Phi_0^{\frac{1}{2}}.\beta.\delta.\frac{J_1(\gamma_0)}{[1-J_0(\gamma_0)]^{\frac{1}{2}}}.\frac{1}{[1-2\beta\,\mathrm{ctg}\,\alpha(1-\cos\delta)]^{\frac{1}{2}}},$$

J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1, β et δ sont petits La dernière fraction de l'expression est alors sensiblement égale à 1 dès que α est assez grand (par exemple $\alpha = \pi/4$). L'expression (6) est alors formellement identique à (5) et les mêmes conclusions sont valables.

5. Les montages « dynamiques » décrits ont des performances équivalentes. Ils peuvent être considérés comme la transposition d'analyseurs visuels biplage connus ([2]), ([3]), mais le remplacement des méthodes visuelles par des méthodes photoélectriques permet d'espérer une amélioration des conditions de la mesure ([6]).

(*) Séance du 11 janvier 1960.

([1]) H. WAYLAND, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1228.
([2]) H. G. JERRARD, *J. Opt. Soc. Amer.*, 46, 1956, p. 259.
([3]) R. CERF, *Rev. Optique*, 29, 1950, p. 200.
([4]) B. H. ZIMM, *Rev. Sc. Instr.*, 29, 1958, p. 360.
([5]) B. H. BILLINGS, *J. Opt. Soc. Amer.*, 39, 1949, p. 797.
([6]) J. BADOZ, *J. Phys. Rad.*, 17, 1956, p. 143 A.

(*California Institute of Technology;*
Division of Engineering, Pasadena, U. S. A.
et École Supérieure de Physique et Chimie Paris, 5e.)

OPTIQUE. — *Tentatives d'interprétation théorique des variations de certaines propriétés optiques des couches métalliques très minces, en fonction de divers paramètres.* Note (*) de M. **Jean-Paul David**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Dans une Note récente [1], nous avons étudié un modèle structural de couche métallique mince granulaire, dans lequel la couche est constituée de cristallites métalliques en forme d'ellipsoïdes de révolution répartis sur le support suivant une loi statistique de distribution. Nous avons donné les expressions des amplitudes réfléchies $\mathcal{A}$ et $\mathcal{A}'$ et de l'amplitude transmise $\mathcal{B}$ par la couche recevant sous incidence normale une onde électromagnétique plane d'amplitude unité.

$$\mathcal{A} = (1-\tau)r - \frac{j\pi}{\varepsilon_0\lambda}(1+r)\int G(f)P(f)\,df = \mathcal{E}_S + \mathcal{E}_C = \sqrt{\mathcal{R}}\,e^{j\varphi_r},$$

$$\mathcal{A}' = (1-\tau)r - \frac{j\pi}{\varepsilon_0\lambda}(1+r)(1-r)\int G(f)P(f)\,df = \mathcal{E}'_S + \mathcal{E}'_C = \sqrt{\mathcal{R}'}\,e^{j\varphi'_r},$$

$$\mathcal{B} = (1-\tau)(1+r) - \frac{j\pi}{\varepsilon_0\lambda}(1+r)^2\int G(f)P(f)\,df = \mathcal{E}''_S + \mathcal{E}''_C = \sqrt{\frac{\mathcal{T}}{n_S}}\,e^{j\varphi_t},$$

(les divers paramètres et fonctions ont été définis précédemment. Rappelons que τ représente la surface occupée par le métal sur 1 cm^2 de support et $G(f)$ est la fonction de distribution des cristallites sur le support). Le premier terme donne la contribution du support et sera représenté par $\mathcal{E}_S$, $\mathcal{E}'_S$, $\mathcal{E}''_S$. Le deuxième donne celle des cristallites et sera représenté par $\mathcal{E}_C$, $\mathcal{E}'_C$, $\mathcal{E}''_C$. Les expressions précédentes permettent en principe de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission et les variations de phase à la réflexion et à la transmission. En pratique, le calcul de ces grandeurs nécessiterait la connaissance de la distribution statistique des grains, tout au moins de $G(f)$ et τ. Or, la détermination expérimentale de ces paramètres semble très difficile.

Dans le but de comparer les résultats théoriques aux données expérimentales, il nous a paru raisonnable de nous donner des distributions statistiques $G(f)$ et τ acceptables.

1. *Étude d'une loi de répartition* $G(f)$. — Nous avons pris pour $G(f)$ la fonction simple $G(f) = e_m/2\Delta f$ pour $\bar{f} - \Delta f < f < \bar{f} + \Delta f$ et $G(f) = 0$ à l'extérieur de cet intervalle. La fonction $G(f)$ est donc déterminée par la donnée des deux paramètres $\bar{f}$ et Δf. Nous aurons donc

$$\int G(f)P(f)\,df = \frac{e_m}{2\Delta f}\int_{\bar{f}-\Delta f}^{\bar{f}+\Delta f} P(f)\,df.$$

Nous avons calculé dans le cas de couches d'argent l'intégrale $\int P(f)\,df$

pour les quatre longueurs d'onde 4 358, 4 800, 5 461, 5 780 Å en prenant pour $\bar{f}$ les valeurs 0,15, 0,20, 0,25, 0,30 et pour Δf les valeurs 0,05, 0,10, 0,15. Nous avons tracé les courbes donnant en fonction de $\bar{f}$, le module ρ et l'argument θ de l'intégrale pour diverses valeurs de Δf et de λ. Ces courbes seront publiées ailleurs. L'examen de ces courbes montre, par exemple, que, pour $\Delta f = 0{,}10$, ρ et θ augmentent en valeur absolue lorsque $\bar{f}$ et λ diminuent. Nous allons essayer d'interpréter théoriquement les variations des facteurs de réflexion et de transmission, et des variations de phase avec certains paramètres tels que l'épaisseur massique et la longueur d'onde.

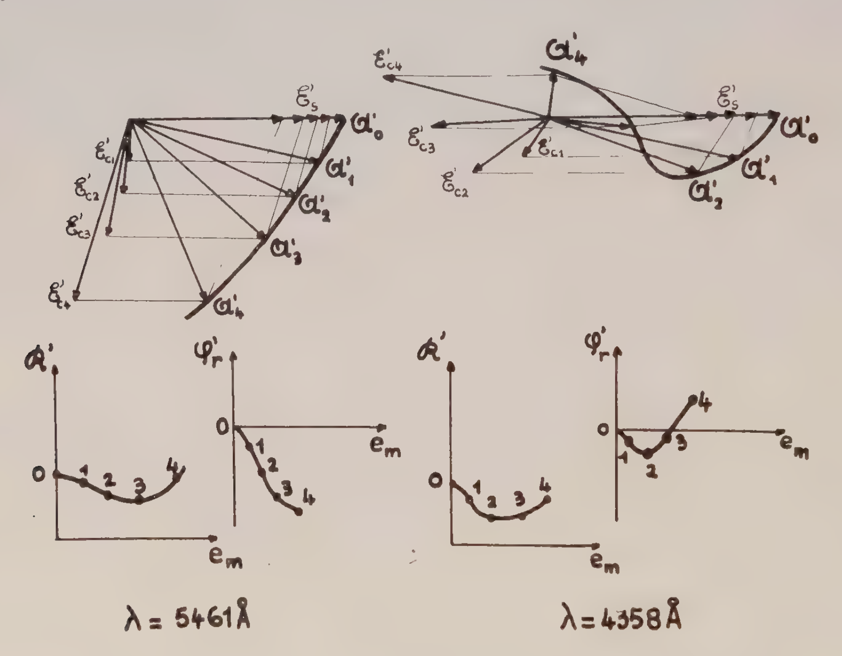


Fig. 1. — Construction des amplitudes complexes réfléchies.

2. *Tentative d'explication théorique de variations de* $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, φ_r, φ'_r, φ_t *avec l'épaisseur.* — Nous ferons cette étude pour les deux longueurs d'onde $\lambda = 5\,461$ et $4\,358$ Å. Lorsque l'épaisseur massique e_m augmente, τ augmente. Les vecteurs $\mathcal{E}_S$, $\mathcal{E}'_S$, $\mathcal{E}''_S$ diminuent comme $(1 - \tau)$; leurs phases sont respectivement $\pi/2$, 0, 0, les vecteurs $\mathcal{E}_C$, $\mathcal{E}'_C$, $\mathcal{E}''_C$ augmentent avec e_m pour un f et un Δf donnés; leurs phases sont égales à $(-\pi/2 - |\theta|)$. En réalité, lorsque e_m croît, les grains, nous pensons, ont tendance à devenir de taille plus importante, surtout pour les dimensions parallèles au support; $\bar{f}$ doit donc diminuer lorsque e_m croît, ce qui entraîne une augmentation de $|\theta|$.

Tenant compte de ces considérations, nous avons construit les amplitudes réfléchies et transmises pour des valeurs croissantes de e_m. Nous avons pu ainsi montrer par cette méthode que :

— le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ augmente avec l'épaisseur;

— la variation relative de phase à la réflexion φ_r est une avance qui croît avec l'épaisseur, mais peut présenter un maximum et décroître;

— le facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ présente un minimum qui a lieu lorsque les deux vecteurs composants $\mathcal{E}'_s$ et $\mathcal{E}'_c$ sont égaux (*fig.* 1);

— le minimum est plus faible pour $\lambda = 4358$ Å car l'angle des vecteurs $\mathcal{E}'_s$ et $\mathcal{E}'_c$ est plus grand;

— la variation relative de phase à la réflexion φ'_r est, pour $\lambda = 5461$ Å, un retard croissant avec e_m. Il n'en est plus de même pour $\lambda = 4358$ Å elle peut commencer à être un retard puis devenir une avance;

— le facteur de transmission $\mathcal{T}$ décroît avec e_m. Pour $\lambda = 4358$ Å, la courbe de variation de $\mathcal{T}$ avec e_m peut présenter un minimum puis un maximum;

— la variation de phase φ_t est un retard très faible.

Ces conclusions qualitatives sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus, en particulier pour les variations de $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ et φ'_r dans le cas de l'argent (2), (3), (4).

3. *Tentative d'explication théorique des variations de $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ avec λ.* — Nous avons calculé pour les longueurs d'onde 5 780, 5 461, 4 800 et 4 358 Å, les valeurs de $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, φ_r, φ'_r, φ_t pour une couche définie arbitrairement par $e_m = 1$ mμ; $\tau = 0{,}05$; $\Delta f = 0{,}10$; $f = 0{,}20$. Le calcul donne :

λ (Å).	$\mathcal{R}$.	$\mathcal{R}'$.	$\mathcal{T}$.	φ_r.	φ'_r.	φ_t.
5 780......	0,044	0,036	0,84	0,037 λ	−0,050 λ	−0,009 λ
5 461......	0,048	0,033	0,81	0,042 λ	−0,061 λ	−0,011 λ
4 800......	0,080	0,011	0,785	0,025 λ	−0,092 λ	−0,008 λ
4 358......	0,067	0,080	0,77	0,015 λ	−0,061 λ	−0,005 λ

On retrouve ici encore des variations qui rappellent les courbes $\mathcal{R}(\lambda)$, $\mathcal{R}'(\lambda)$, $\mathcal{T}(\lambda)$ trouvées expérimentalement (5). En particulier, on retrouve le fait que les couches de très faible épaisseur sont jaune orangé par transmission ($\mathcal{T}$ croissant avec λ) alors qu'elles présentent par réflexion (côté air) des teintes olivâtres ($\mathcal{R}$ maximum vers 5 000 Å).

En résumé, il est donc possible, à l'aide de ce modèle théorique, de retrouver de façon qualitative (et même parfois quantitative, à condition de choisir convenablement f, Δf et τ) certaines variations de $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ en fonction de divers paramètres. L'accord avec les expériences est satisfaisant. Néanmoins, tous les calculs reposent sur la donnée de grandeurs telles G (f) et τ que l'expérience ne nous a pas encore livrées.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) P. Dumontet et J. P. David, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 518.

(2) M. Perrot et J. P. David, *J. Phys. Rad.*, 17, 1956, p. 194.

(3) M. Perrot et J. P. David, J. Koch et M. T. Saugier, *Publ. scient. Univ. Alger*, 11, n° 1, 1956, p. 181.

(4) M. Perrot et J. Tortosa, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1347.

(5) J. P. David, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 1139.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Étude expérimentale par une méthode nouvelle des retards absolus dans la biréfringence électrique des liquides. Électrostriction.* Note (*) de M. **Jacques Minard**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Introduction. — Un champ électrique E crée une anisotropie dans l'orientation moléculaire d'un diélectrique liquide et le rend biréfringent (effet Kerr). La biréfringence proprement dite $n_e - n_0$ a fait l'objet de nombreux travaux, elle se mesure avec des champs électriques permanents et des sources de lumière continues. Par contre, la mesure des retards

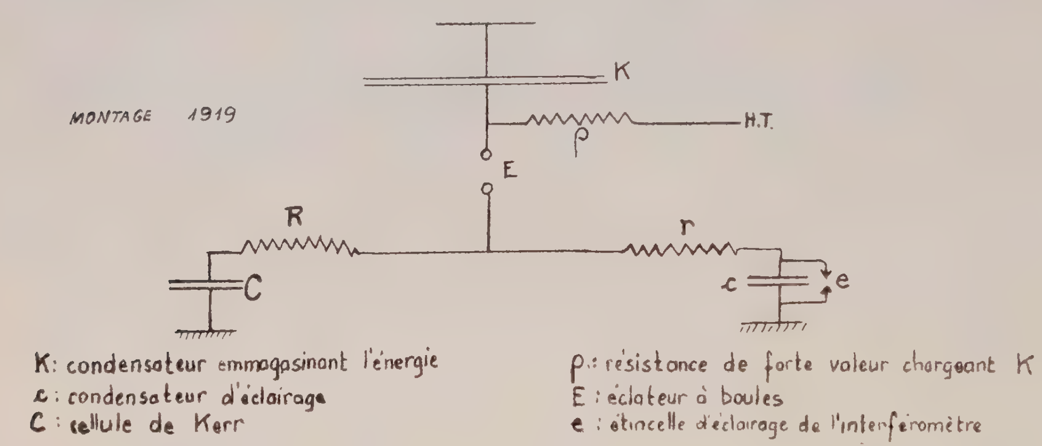


Fig. 1.

absolus $n_e - n$ et $n_0 - n$ présente de grandes difficultés en raison de leur ordre de grandeur très faible (10^{-7}) et surtout par suite de l'impossibilité apparente de supprimer les phénomènes parasites, électrostriction et effet Joule qui provoquent des variations d'indice de grande importance.

L'intérêt de la mesure de ces retards absolus était néanmoins très grand, Langevin ayant montré en 1910 que l'orientation moléculaire due au champ électrique, compte tenu de la loi d'équipartition des énergies, exigeait $(n_e - n)/(n_0 - n) = -2$.

M. Pauthenier [1] a le premier trouvé, en 1919, une méthode de mesure efficace dont voici le principe :

1° Le champ électrique n'est appliqué que pendant un temps court (1 μs) pour éviter les conséquences de l'électrostriction et de l'effet Joule.

2° La variation d'indice est mesurée par un interféromètre à faisceaux séparés éclairé avec une étincelle brève pendant la durée du champ. Les condensateurs sont ensuite immédiatement déchargés.

3° Une répétition de 20 c/s permet une observation visuelle du déplacement des franges par suite de la persistance des impressions rétiniennes.

Le circuit électrique comprenait deux circuits RC et *rc* de constantes de temps différentes suivant le schéma ci-après.

En modifiant les valeurs de RC et *rc*, la durée d'application du champ était augmentée, ce qui permettait l'étude de l'électrostriction.

Nous avons cherché à poursuivre les recherches dans ce domaine en employant des méthodes permettant de supprimer certains défauts comme la variation du champ appliqué à la cellule due à l'éclateur E et à étendre le champ des applications possibles.

Recherches nouvelles. — Le champ électrique est appliqué par un générateur d'impulsions électronique, alors qu'un autre générateur de haute

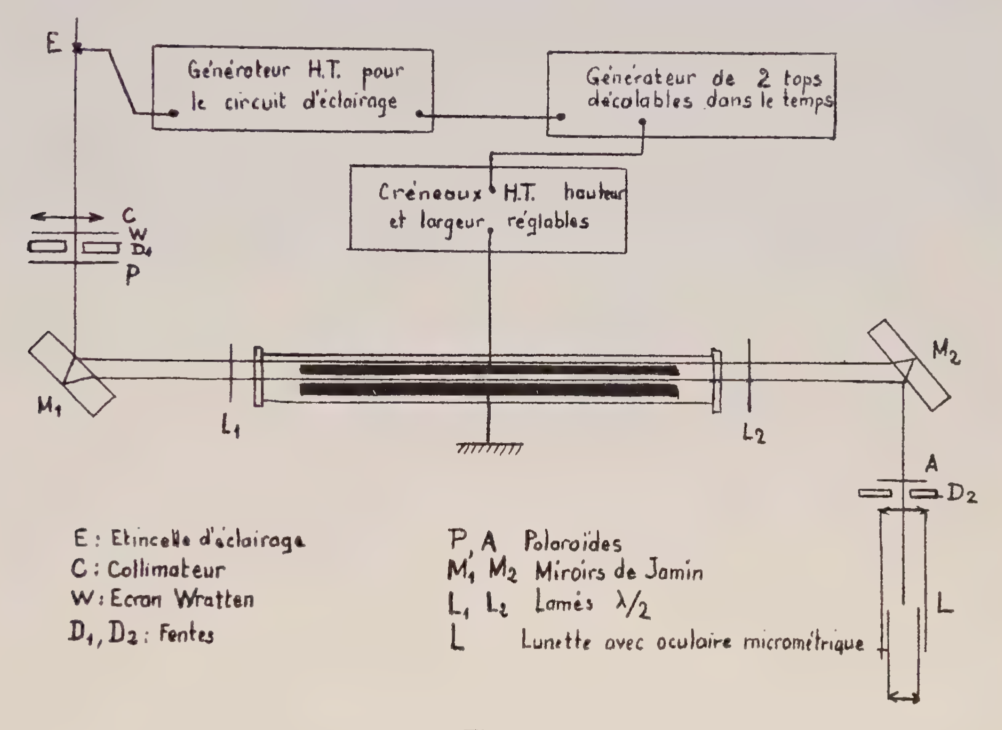


Fig. 2.

tension, asservi en temps au premier, provoque l'étincelle d'éclairage pour l'interféromètre.

Le générateur d'impulsions relié à la cellule de Kerr permet d'appliquer à l'une des électrodes une tension variable de 0 à 28 kV suivant le profil d'un créneau. Le temps de montée et de descente est de l'ordre de la microseconde, le toit est plat, d'une durée réglable de 1 à 50 μs.

L'éclairage est produit par un éclateur aux bornes d'une capacité de 1000 pF chargée par un générateur d'impulsions de 12 kV.

Un générateur de deux tops décalables dans le temps déclenche les deux générateurs précédents. La répétition peut varier de 20 à 200 c/s.

Ces appareils électroniques ont été réalisés au Laboratoire des Hautes Tensions par M. Verrier.

Le dispositif optique est semblable à celui déjà utilisé : il comporte deux miroirs de Jamin M_1, M_2 donnant des faisceaux séparés de 2 cm qui

passent tous les deux à l'intérieur du liquide l'un dans le champ, l'autre en dehors.

Les deux polarisations de la lumière rendue suffisamment monochromatique par un écran W, sont obtenues par les polaroïdes P, A et deux lames $\lambda/2$ en mica L_1 et L_2. A l'entrée et à la sortie de l'interféromètre la vibration lumineuse est toujours verticale afin que la transmission de la lumière par M_1 et M_2 soit maximum, alors qu'à la traversée de la cuve la vibration est soit verticale, soit horizontale suivant les positions des lames L_1 et L_2.

Des fentes D_1 et D_2 délimitent les faisceaux utiles. L'observation des franges se fait, soit à l'œil avec une lunette L munie d'un oculaire micrométrique, soit par enregistrement photographique.

Résultats obtenus. — L'ensemble des appareils fonctionne avec stabilité, la régularité du déclenchement des étincelles est de l'ordre de 1/4 de microseconde. Les franges observées dans l'interféromètre sont maintenant nettes fixes et horizontales permettant une précision de pointé de $\lambda/20$.

Le déplacement des franges est proportionnel au carré de la tension. Avec le nitrobenzène, on a obtenu les résultats suivants : tension, 20,5 kV; déplacement des franges, 2 pour $n_0 - n$ — 4 pour $n_e - n$.

Nous pensons améliorer la précision des résultats avec un enregistrement photographique. Une lentille cylindrique à génératrices verticales améliore la brillance des images.

Application a l'électrostriction. — En augmentant les temps d'application du champ on met en évidence l'électrostriction. Plusieurs mesures ont été faites par M. Pauthenier pour différents liquides. Une différence entre les valeurs calculées par la théorie (MM. Bruhat et Pauthenier) et les valeurs observées avait été trouvée pour un liquide biréfringent comme le sulfure de carbone, alors que l'accord était bon avec d'autres liquides peu biréfringents. Nous pensons refaire ces mesures avec plus de précision.

Deux moyens sont possibles :

— Mesurer les retards absolus à différents moments de l'application du champ et en déduire l'électrostriction (méthode de M. Pauthenier).

— Pour les liquides suffisamment isolants, appliquer le champ de façon quasi continue et suivre la variation des indices lors de la coupure brutale de celui-ci.

Il doit ainsi être possible de déterminer si l'anomalie observée est due à un défaut de la théorie ou si elle peut s'expliquer par des causes expérimentales.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) *Thèse*, Paris, 1919, parue aux *Annales de Physique*.

(*Laboratoire des hautes tensions du C. N. R. S.*)

PHYSIQUE DES SOLIDES. — *Sur la possibilité de provoquer une migration dirigée d'excitons.* Note de MM. **Serge Nikitine** et **Hermann Haken**, transmise par M. Gabriel Foëx.

L'énergie d'un exciton dans un champ magnétique est comparée à l'énergie thermique aux très basses températures. Les forces agissant sur un exciton dans un gradient de champ magnétique, petites pour des excitons diamagnétiques, plus grandes pour des excitons paramagnétiques, pourraient produire leur migration dirigée. On suggère des expériences relatives aux effets prévus.

Les excitons peuvent être créés dans un cristal, soit par irradiation avec de la lumière de fréquence absorbée dans la raie excitonique correspondante, soit par recombinaison éventuelle d'électrons et trous photo-électriques. Dans ces deux processus, l'exciton est créé avec une vitesse initiale nulle ou très faible. Mais l'interaction des excitons avec les phonons provoque ensuite une agitation thermique des excitons et leur communique une répartition statistique de vitesses. Ceci produit alors une thermodiffusion des excitons dans le cristal. Dans des expériences ingénieuses, M. Balkanski et J. Broser (1), G. Diemer, G. J. Van Gurp et W. Hoogenstraten (2) ont tenté de mettre en évidence cette migration d'excitons. Bien que ces expériences donnent lieu à des contestations, relevons qu'on a signalé des libres parcours moyens $l \simeq 3$ mm (!) (tout au moins pour un cristal particulier de Cds) et des durées de vie de l'ordre de $\tau \simeq 10^{-4}$ s. Optiquement, à partir des largeurs des raies, on détermine des durées de vie de l'ordre de 10^{-14} à 10^{-12} s. Mais il est probable que ces deux durées de vie n'ont pas la même signification.

En admettant le bien-fondé des expériences sur la migration, il nous a paru intéressant de voir s'il est possible de produire une migration dirigée d'excitons. Ceci présenterait un intérêt certain et serait susceptible d'apporter un facteur nouveau, peut-être décisif, dans la controverse existant actuellement.

On peut, en effet, songer à produire cette diffusion dirigée d'excitons d'après le mécanisme suivant. Considérons un exciton de Mott-Wannier dans un état S. Un tel exciton est constitué d'un électron et d'un trou qui parcourent des orbites qui peuvent être de même diamètre. Celui-ci peut être de plusieurs dizaines d'angströms et plus. Il en résulte que ces excitons sont fortement diamagnétiques. Dans un état S, le moment orbital est nul. Le moment résultant du spin, du trou et de l'électron peut être nul si les deux se compensent (paraexciton) ou diffère de zéro si le spin du trou est supérieur au spin de l'électron ou si les deux spins sont parallèles (orthoexciton). Ainsi, nous voyons que les excitons peuvent être, soit fortement diamagnétiques, soit paramagnétiques.

Nous voudrions montrer que dans ces conditions, on doit pouvoir provoquer une migration mesurable d'excitons en les créant dans un

cristal soumis à un champ magnétique avec un fort gradient. Nous avons effectué un certain nombre de calculs à ce sujet qui seront publiés ultérieurement. Nous nous bornerons à illustrer l'idée suggérée ci-dessus par quelques évaluations dans des cas favorables. On montre que l'énergie d'un exciton diamagnétique dans un champ magnétique est

$$\delta E_H = \frac{e^2}{2c^2}\left\{\frac{1}{M} - \frac{\Delta^2}{\mu}\right\}(\bar{r})^2 H^2,$$

où e est la charge de l'électron, c la vitesse de la lumière, $M = m_e^* + m_i^*$ la masse totale de l'exciton, $\mu = m_e^* m_i^* / (m_e^* + m_i^*)$ sa masse réduite, $\Delta = (m_e^* - m_i^*)/(m_e^* + m_i^*)$ (m_e^* et m_i^*, masses de l'électron et du trou), H le champ magnétique, $\bar{r}$ le rayon moyen des orbites. Posons $m_e^* = m_i^*$, $\Delta = 0$. On a trouvé des valeurs de r de l'ordre de 20 Å pour la première orbite ($n = 1$) de l'exciton dans CuI ([3]). Nous allons admettre que $(\bar{r})^2 = n^4.4.10^{-14}$ cm^2 où n est le nombre quantique de l'exciton; posons H = 25 000 Oe. On trouve alors une énergie de l'exciton

$$\delta E_H \simeq 2,5\, n^4.10^{-18} \text{ ergs.}$$

L'énergie thermique aux très basses températures est $kT \simeq 10^{-16}$ ergs. On voit donc que l'énergie δE_H communiquée aux excitons dans un champ magnétique, bien que petite, n'est pas négligeable par rapport à l'énergie thermique. Elle devient même comparable ou supérieure à l'énergie thermique pour des valeurs grandes de n. Ainsi, pour $n = 3$, les énergies sont comparables. Supposons maintenant que le cristal est soumis à un gradient de champ magnétique $\partial H/\partial x = 25\,000$ Oe/cm. Une force agit alors sur chaque exciton. Elle est dirigée vers les champs faibles pour un exciton diamagnétique. Avec les données utilisées ci-dessus, on trouve

$$F \sim n^4.5.10^{-18} \text{ dynes.}$$

Ces forces sont petites, mais pourraient ne pas être négligeables pour des valeurs relativement grandes de n.

On peut reprendre le calcul pour le cas d'excitons paramagnétiques. Dans ce cas, les valeurs trouvées ci-dessus pour la force peuvent devenir beaucoup plus grandes (d'un facteur de l'ordre de 10^3) si les moments sont tous orientés parallèlement dans le champ.

Ainsi, ces évaluations font apparaître que les excitons pourraient être soumis à une *migration dirigée* dans le sens ou opposée au gradient d'un champ magnétique. *Il y a naturellement lieu de souligner que cette migration n'entraîne aucun transport de masse, mais seulement un transfert d'excitation à travers le cristal.*

Il nous paraît intéressant de voir si ces idées sont susceptibles d'être vérifiées expérimentalement. On peut songer, en particulier, à plusieurs sortes d'expériences avec des cristaux dans lesquels on crée des excitons et placés dans un champ magnétique non uniforme.

1° Expériences du type Balkanski-Broser dans lesquelles la diffusion des excitons serait renforcée ou empêchée dans la direction du gradient du champ magnétique.

2° Transfert dirigé d'énergie excitonique dans des expériences de luminescence associée à la formation préalable d'excitons.

3° Mesures directes des forces magnétiques sur un échantillon dans lequel on crée des excitons par absorption de lumière. Certaines de ces expériences, très délicates, sont en cours à l'Institut de Physique de Strasbourg. Des indications préliminaires encourageantes semblent avoir été obtenues.

(1) M. Balkanski et J. Broser, *Intern. Conf. on Semicond. and Phosphore*, Garmisch; J. Broser et R. Broser Worminsky, *J. Phys. Chem. Sol.*, 8, 1959, p. 177; M. Balkanski, *J. Phys. Chem. Sol.*, 8, 1959, p. 179.

(2) G. Diemer, G. J. Van Gurp et W. Hoogenstraten, *J. Phys. Chem. Sol.*, 8, 1959, p. 182.

(3) *Voir*, par exemple, S. Nikitine, *J. Chim. Phys.*, 1958, p. 621.

RÉSONANCE MAGNÉTIQUE NUCLÉAIRE. — *Polarisation dynamique des protons d'un radical libre par saturation de la résonance électronique.* Note de MM. **You-Hing Tchao** et **Jacques Hervé**, présentée par M. Louis de Broglie.

Introduction. — La résonance magnétique simple des protons du diphénylpicrylhydrazyl (DPPH) présente une structure qui est résolue à basse température ([1]), ([2]). Pour interpréter ces résultats, Gutowsky ([2]) a proposé une théorie qui tient compte à la fois du couplage électron-noyau et du couplage d'échange entre électrons. L'échange intervient en réduisant, par effet de moyenne, le déplacement chimique créé par le couplage électron-noyau. Gutowsky prévoit alors pour la résonance nucléaire une structure à deux composantes dont la séparation est

$$\Delta H = A \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}, \tag{1}$$

où N_+ et N_- sont les populations des deux états électroniques; A dépend des constantes de couplage de l'électron avec les noyaux.

Dans le but d'élucider la nature du couplage électron-noyau, nous avons entrepris sur ce corps des expériences de double résonance (électronique et nucléaire). On sait, en effet ([3]), ([4]). que suivant la nature du couplage (scalaire, dipolaire, etc.) on observe des effets différents (effet Overhauser, « effet solide », etc.). Nous publions ici les premiers résultats de nos expériences qui complètent ceux des références ([6]), ([7]), ([8]). La forte puissance dont nous disposons (jusqu'à 30 W) nous a permis de saturer plus complètement la raie et de trouver des résultats nouveaux.

Appareillage. — Notre expérience est effectuée dans un champ directeur de 3 300 Oe; la fréquence de la résonance électronique est alors 9 250 MHz; la fréquence de la résonance nucléaire est de 14 MHz. Le dispositif hyperfréquence est celui déjà utilisé en résonance ferromagnétique ([9]), ([10]).

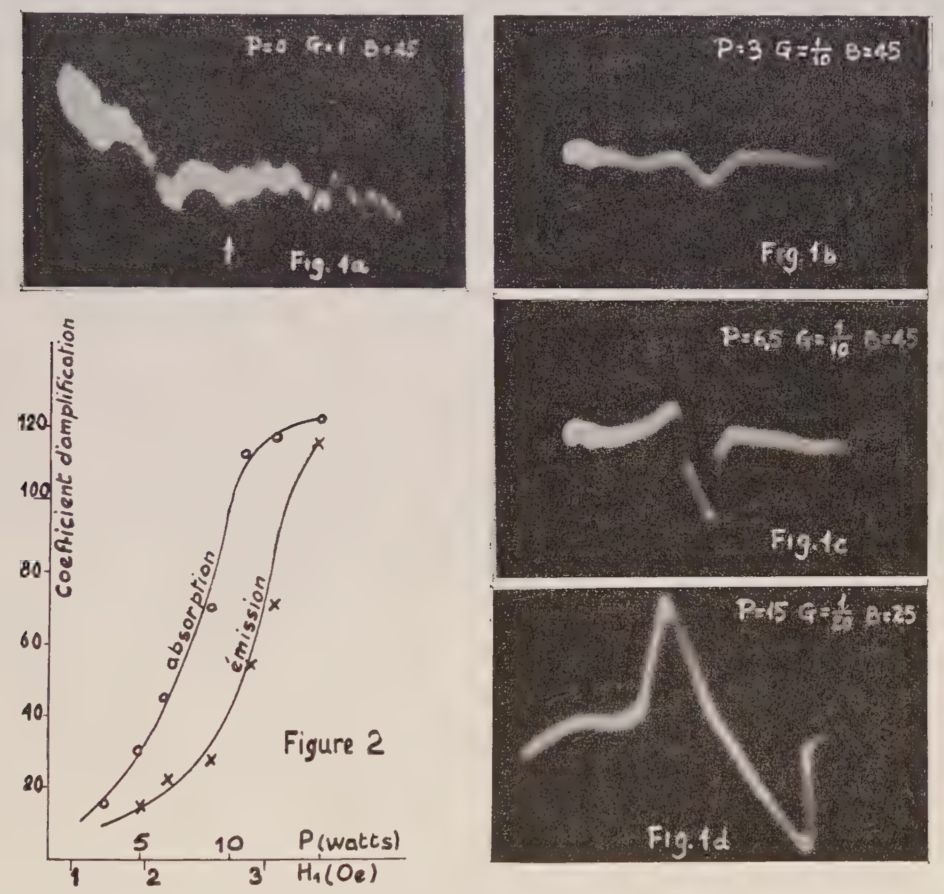
Le spectrographe de résonance nucléaire est du type autodyne. L'échantillon (3 cm^3 de DPPH solide) est placé à l'intérieur d'une cavité rectangulaire dans une région de champ magnétique maximum. La self du circuit oscillant de 14 MHz est bobinée sur cette cavité autour de l'échantillon. Une fente sur la cavité de 2 mm × 55 mm permet une pénétration suffisante du champ 14 MHz sans trop amortir la cavité (Q = 2 000).

Résultats. — En absence de champ hyperfréquence, on observe la raie de résonance nucléaire avec un rapport signal/bruit de l'ordre de 2 (*fig.* 1 *a*). La flèche indique la position de la raie.

Lorsqu'on établit le champ hyperfréquence, la raie d'absorption nucléaire est amplifiée progressivement et se rétrécit légèrement. Pour une puis-

sance hyperfréquence de 3 W (*fig.* 1 *b*), le coefficient d'amplification est de 16 et la largeur de raie est passée de 5,8 à 5,6 Oe. Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Berthet et Gendrin [7]. Nous avons observé, de plus, que la raie d'absorption se déplace vers les champs directeurs croissants quand la puissance hyperfréquence augmente.

Lorsque la puissance dépasse 3 W, le signal se déforme (*fig.* 1 *c*). Il apparaît comme la superposition de la raie d'absorption précédente



P, puissance hyperfréquence (watts); G, gain de l'amplificateur de l'oscilloscope; B, balayage total (gauss).

et d'une faible raie d'émission. La raie d'absorption est centrée à (5 ± 0,5) Oe au-dessus du champ de résonance électronique, la raie d'émission à (5 ± 0,5) Oe au-dessous. La croissante de la raie d'émission est beaucoup plus rapide que celle de la raie d'absorption. Pour une puissance de 15 W, les deux raies sont pratiquement égales (*fig.* 1 *d*). Le coefficient d'amplification est alors d'environ 125 (*fig.* 2). La largeur de chacune des raies se trouve réduite à 5,06 Oe.

Discussion. — En début de saturation, nous observons l'ffet Overhauser amplification de la raie d'absorption). Les signaux plus compliqués obtenus

ensuite semblent dûs à la superposition d'un effet de « résonnance à deux quanta » tels que ceux étudiés par Winter (5).

La théorie de Gutowsky suppose que le couplage électron-noyau est du type « scalaire ». Un tel couplage conduit bien à un effet Overhauser (4). De plus le rétrécissement progressif de la raie est un argument en faveur du modèle de Gutowsky. La formule (1) montre en effet que lorsque la raie électronique est saturée ($N_+ = N_-$), les deux composantes de la raie nucléaire sont confondues ($\Delta H = 0$). Dans nos conditions expérimentales, la structure n'est pas résolue et l'effet observé doit être un rétrécissement de la raie globale. La théorie de Gutowsky prévoit dans nos conditions expérimentales $\Delta H = 0{,}6$ Oe. Le rétrécissement observé est bien de cet ordre. Cette première indication sera contrôlée prochainement par des expériences à basse température.

(1) G. Berthet et R. Reimann, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 1830.
(2) H. S. Gutowsky, H. Kasumoto, T. H. Brown et D. H. Anderson, *J. Chem. Phys.*, 30, 1959, p. 860.
(3) A. W. Overhauser, *Phys. Rev.*, 92, 1952, p. 411.
(4) A. Abragam, *Phys. Rev.*, 98, 1955, p. 1729.
(5) J. Winter, Colloque C. N. R. S. (1958).
(6) H. G. Beljers, L. Van der Kint et J. S. Van Wieringen, *Phys. Rev.*, 9, 1954, p. 1683.
(7) G. Berthet et R. Gendrin, *Arch. Sc.*, 11, 1958, p. 272.
(8) E. Erb, J. L. Motchane et J. Uebersfeld, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 3050.
(9) J. Hervé, J. Pescia et M. Sauzade, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1486.
(10) J. Hervé et M. Sauzade, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 82.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de l'ionisation des corps dissous dans le fluorure de sodium fondu.* Note (*) de M. **Pierre Mergault**, présentée par M. Gustave Ribaud.

En ajoutant un oxyde tel que MgO ou ZnO à une solution de fluorure de chrome trivalent dans le fluorure de sodium fondu, on obtient un précipité du chromite correspondant : Cr_2O_4Mg et Cr_2O_4Zn respectivement. On en déduit que F_3Cr, MgO, ZnO, dissous dans le fluorure de sodium fondu, sont ionisés et l'on propose un schéma réactionnel pour expliquer la formation des chromites obtenus.

Étant parti du fait que le fluorure de chrome trivalent F_3Cr est soluble dans la cryolithe fondue, et que, par contre, le sesquioxyde de chrome ne l'est pratiquement pas, on pouvait penser qu'en ajoutant un oxyde à une solution cryolithique de fluorure de chrome, on obtiendrait une précipitation d'oxyde de chrome Cr_2O_3. Une étude sur cette question a fait l'objet d'une précédente Note (1). C'est à cause des difficultés rencontrées au cours de ce travail que nous avons voulu étudier ces mêmes réactions dans le fluorure de sodium FNa, qui ne présente pas les mêmes inconvénients que la cryolithe; notamment la séparation complète du précipité obtenu dans le bain, du bain lui-même est à peu près impossible : on ne connaît pas de solvant sélectif de la cryolithe. Le fluorure de sodium, par contre, est soluble dans l'eau, tandis que les précipités obtenus ne le sont pas en général. D'autre part, le fluorure de sodium, comme la cryolithe, est un solvant fluoré, et leurs points de fusion sont voisins (autour de 1000° C). Il est donc permis de supposer que les solubilités relatives des divers corps dans le fluorure de sodium et dans la cryolithe se classeront dans des ordres semblables : ainsi F_3Cr soluble dans la cryolithe est soluble aussi dans le fluorure de sodium. De même l'oxyde de chrome Cr_2O_3, très peu soluble dans la cryolithe (2), est encore moins soluble dans le fluorure de sodium fondu (moins de 0,05 g de Cr_2O_3 dans 150 g de FNa).

L'expérience est réalisée pour le fluorure de sodium comme pour la cryolithe (1), dans un creuset en graphite; celui-ci est rempli de fluorure de sodium neutre (qualité R. P. Prolabo) qu'on fond au four. Le fluorure de chrome employé est celui qui sert dans l'industrie de la soie : il est hydraté et sa composition correspond à peu près à la formule $F_3Cr, 4H_2O$, On jette environ 1,5 g de ce fluorure hydraté dans 30 g de FNa fondu. La dissolution s'effectue avec un bouillonnement très vif du bain, accompagné d'une projection de F_3Cr sous forme de fumée. Quand le bouillonnement s'est un peu apaisé, on agite la solution au moyen d'une tige de graphite. On obtient, après refroidissement, un bain homogène vert gris assez foncé, alors que le bain de FNa seul est blanc translucide. Ce bain est ensuite broyé au mortier et la poudre obtenue, épuisée à l'eau distillée bouillante. L'étude du radiogramme de poudre (méthode Debye-

Scherrer) établi à partir du résidu obtenu montre que ce résidu donne les mêmes raies de diffraction des rayons X que le fluorure de chrome hydraté primitif avec, en plus, quelques raies de l'oxyde de chrome Cr_2O_3 : on en déduit donc que la dissolution de F_3Cr s'accompagne d'une légère oxydation de celui-ci. La solution de F_3Cr dans FNa fondu n'est d'ailleurs pas stable; en effet, si on laisse cette solution fondue 1 h à l'air, on n'obtient plus le bain homogène qui vient d'être décrit, mais un bain au fond duquel l'oxyde de chrome Cr_2O_3 formé par oxydation de F_3Cr est rassemblé.

L'expérience de double décomposition chimique est alors réalisée de la façon suivante : on ajoute à une solution de F_3Cr dans FNa fondu, une certaine quantité de magnésie calcinée MgO (qualité R. P. Prolabo), et l'on agite le bain au moyen d'un agitateur en graphite. Après refroidissement et démoulage, le bain est cassé dans le sens de la longueur. On constate que :

1° la partie supérieure du bain a repris l'aspect blanc translucide des bains de FNa pur fondu;

2° la partie inférieure du bain, nettement distincte de la partie supérieure, est brun clair.

Ces deux parties sont alors séparées, et la partie inférieure du bain est broyée au mortier, épuisée à l'eau distillée bouillante, puis à l'acide chlorhydrique bouillant. On retrouve sur le radiogramme de poudre établi à partir du résidu obtenu, les raies du chromite de magnésium, Cr_2O_4Mg, répertorié à l'*Index to the X-Ray powder data file* (3).

Cette expérience nous suggère les conclusions suivantes :

1. F_3Cr dissous dans FNa y est ionisé au moins partiellement.

2. MgO s'est également dissous dans le fluorure de sodium fondu et y a été ionisé. Ce résultat est conforme aux résultats des cryoscopies de MgO dans FNa fondu, faites par A. Seyyedi et G. Petit (4), (5).

3. Pour rendre compte de la formation du chromite de magnésium, on peut admettre le schéma réactionnel suivant :

$$2F_3Cr + 3MgO \rightarrow 3F_2Mg + Cr_2O_3,$$
$$Cr_2O_3 + MgO \rightarrow Cr_2O_4Mg.$$

Nous décrirons maintenant les résultats obtenus en ajoutant de l'oxyde de zinc ZnO à une solution de F_3Cr dans FNa : l'expérience de double décomposition précédente où la magnésie est remplacée par l'oxyde de zinc, suivie des mêmes traitements physiques (épuisement à l'eau puis à l'acide chlorhydrique bouillants) donne un résidu dont le radiogramme de poudre contient les raies du chromite de zinc Cr_2O_4Zn, répertorié comme Cr_2O_4Mg (3). Ce résultat est analogue à celui obtenu dans la cryolithe (1). A. Seyyedi et G. Petit ont trouvé que la limite de solubilité de ZnO dans FNa était inférieure aux molarités décelables par cryoscopie dans ce solvant (5), et de ce fait n'ont pas pu conclure. Ayant réalisé l'expé-

rience de double décomposition chimique par action de ZnO sur une solution de F_3Cr dans FNa, nous pouvons affirmer que :

1° ZnO est un peu soluble dans FNa fondu.

2° Dans la limite de cette solubilité, ZnO est ionisé en solution dans le fluorure de sodium fondu.

3° On peut proposer, pour rendre compte de la formation de Cr_2O_4Zn, un schéma réactionnel analogue à celui proposé pour Cr_2O_4Mg.

Des expériences sont en cours au laboratoire (Laboratoire de Physique-Enseignement de la Sorbonne) pour préciser les actions d'autres oxydes sur les solutions de F_3Cr dans le fluorure de sodium. On essaie aussi d'étendre la méthode à d'autres solvants fluorés (par exemple, le fluorure de lithium) et chlorés (chlorure de potassium, chlorure de lithium, chlorure de zinc, etc.).

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) P. Mergault, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1215.

(2) P. Mergault, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 485.

(3) *Index to the X-Ray powder data file*, édition de 1957; édité par l'American Society for Testing Materials.

(4) A. Seyyedi et G. Petit, *J. Phys. Rad.*, 20, 1959, p. 832.

(5) A. Seyyedi et G. Petit, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 505.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Mesure absolue d'une anisotropie magnétique. Choix de la référence pour les mesures relatives.* Note (*) de Mme **Élisabeth Poquet**, MM. **Adolphe Pacault**, **Jean Hoarau**, Mme **Nicole Lumbroso** et M. **Jean Zanchetta**, présentée par M. Paul Pascal.

Le cristal d'orthodiphénylbenzène a été choisi comme référence pour les mesures d'anisotropie magnétique. Son anisotropie absolue est $\chi_a - \chi_c = 90,19$ à 21° C. On en déduit

Les susceptibilités $\chi_a = -113,30 \pm 0,3$ et $\chi = -150,4 \pm 0,5$ on mesurées directement. L'ensemble des mesures conduit aux susceptibilités principales suivantes :

$$\chi_a = -113,30 \pm 0,3, \qquad \chi_b = -134,38 \pm 0,5, \qquad \chi_c = -203,49 \pm 0,85;$$

Les mesures des anisotropies magnétiques des monocristaux se font le plus souvent en utilisant la méthode de l'angle critique de Krishnan ([1]).

Le cristal de masse m, défini magnétiquement par ses trois susceptibilités principales χ_a, χ_b, χ_c (rapportées à une mole de masse M) est suspendu suivant un axe principal d'aimantation à un fil de quartz long et fin de constante de torsion C. On détermine alors le couple maximal auquel est soumis le cristal placé dans une induction magnétique B.

Soit φ_{cr} l'angle dont a tourné l'extrémité supérieure du fil de quartz par rapport au cristal lorsque le couple est maximal; si φ_{cr} est supérieur à 12 radians la relation suivante :

$$\chi_a - \chi_b = \frac{2\,MC}{m\,B^2}\,\varphi_{cr}$$

est vérifiée à mieux de 1/1000e lorsque le cristal est suspendu suivant la direction χ_c.

Au lieu de cette mesure absolue on préfère le plus souvent effectuer des *mesures relatives* en comparant les anisotropies du cristal étudié et d'un cristal de référence dont l'anisotropie est connue.

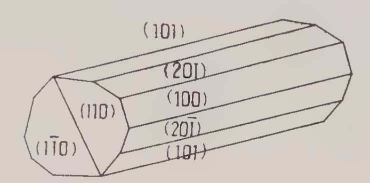
Krishnan ([1]), ([2]) et Lonsdale ([3]) firent des mesures absolues ou relatives, mais ne donnent aucun détail ni sur ces mesures absolues, ni sur les cristaux de référence utilisés. Plus récemment, Leela ([4]) a utilisé le 1.3.5-triphénylbenzène, l'un de nous ([5]) le dibenzyle. Il était donc nécessaire de choisir un cristal de référence et d'en déterminer avec soin et précision l'anisotropie magnétique absolue. Nous avons choisi l'orthodiphénylbenzène, facile à obtenir en monocristaux orthorhombiques par évaporation lente d'une solution dans l'alcool méthylique à la température ordinaire. Ces cristaux, qui ne se subliment pas au cours des mesures, sont transparents et l'accord à 1 % près entre leur masse spécifique mesurée et celle calculée à partir des données des rayons X ([6]), ([7]) assure d'un minimum d'imperfection; ils sont allongés parallèlement à l'axe b et se présentent le plus couramment sous l'aspect ci-dessous avec prédominance des troncatures (101) et (201)

et absence fréquente des faces (010) et (001), les faces (100), (010), (001) étant rarement bien développées.

La constante de torsion C des fils de quartz est mesurée par la méthode d'oscillation. Une bille calibrée, de diamètre D de l'ordre de 3 mm et de masse μ voisine de celle du cristal étudié (quelques décigrammes) est collée au fil de quartz. On mesure sa période T_0 de rotation. D'où

$$C = \frac{2\pi^2 \mu D^2}{5 T_0}.$$

L'induction B est mesurée grâce à un appareil de résonance paramagnétique électronique en utilisant le signal fourni par le diphénylpicrylhydrazyl en poudre dont le facteur g est égal à $2{,}0036 \pm 0{,}0002$. La fréquence de



l'oscillateur est déterminée avec un ondemètre étalonné.

L'induction B de l'aimant permanent utilisé est uniforme dans un volume supérieur à celui des cristaux et égale à 3172 ± 3 gauss.

La mesure de l'angle φ_{cr} ne présente pas de difficulté particulière et a été faite avec un appareil spécialement étudié [8]. On trouvera ailleurs [9] le détail du mode opératoire qui conduit à

$$\chi_a - \chi_c = +90{,}19 \pm 0{,}65 \quad \text{à } 21\,^\circ\text{C}$$

qu'on pourra prendre comme anisotropie de référence. Celle-ci a servi à mesurer les deux autres anisotropies

$$\chi_b - \chi_c = 69{,}11 \pm 0{,}55, \qquad \chi_a - \chi_b = 21{,}08 \pm 0{,}20.$$

La vérification de la relation $(\chi_a - \chi_b) + (\chi_b - \chi_c) + (\chi_c - \chi_a) = 0$ confirme la bonne orientation du cristal dans l'induction magnétique au cours des mesures.

Pour atteindre les trois susceptibilités principales χ_a, χ_b, χ_c, la plus grande χ_a a été mesurée par la méthode de Rabi [10].

On a trouvé $\chi_a = -113{,}30 \pm 0{,}3$, la susceptibilité spécifique de l'eau étant posée égale à $-0{,}720$.

On en déduit

$$\chi_a = -113{,}30 \pm 0{,}3, \qquad \chi_b = -134{,}38 \pm 0{,}5, \qquad \chi_c = -203{,}49 \pm 0{,}85.$$

Il en résulte que la susceptibilité moyenne du cristal d'orthodiphénylbenzène est

$$\chi = \frac{\chi_a + \chi_b + \chi_c}{3} = -150{,}4 \pm 0{,}5.$$

valeur en bon accord avec la valeur $\bar{\chi} = -150,4$ de l'un de nous [14] et avec celle ($\bar{\chi} = -150,5$) mesurée par rapport à l'eau à l'aide d'une balance de Weiss-Foëx-Forrer [12] sur l'orthodiphénylbenzène finement pulvérisé pour éviter les effets d'anisotropie [13].

(*) Séance du 18 janvier 1960.

Note. — Toutes les susceptibilités sont données en unité CGS au facteur 10^{-6} près.

(1) K. S. KRISHNAN, B. C. GUHA et S. BANERJEE, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A, 231, 1933, p. 235.
(2) K. S. KRISHNAN et S. BANERJEE, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A, 234, 1934-1935, p. 265.
(3) K. LONSDALE, *Proc. Roy. Soc.*, A, 171, 1939, p. 541-568.
(4) M. R. LEELA, *Thèse Phil. Dr. University College*, London, 1958.
(5) N. LUMBROSO, *Ann. Chim.*, Paris, (13), 1, 1956, p. 687-744.
(6) C. J. B. CLEWS et K. LONSDALE, *Proc. Roy. Soc.*, A, 161, 1937, p. 493.
(7) S. FARAG, *Thèse Phil. Dr. University College*, London, 1958.
(8) R. POINTEAU et E. POQUET, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 546.
(9) E. POQUET, *Thèse 3e cycle*, Bordeaux, 1960.
(10) I. I. RABI, *Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 174.
(11) A. PACAULT, *Ann. Chim.*, 87, 1946, p. 1-527.
(12) A. PACAULT, A. VANKERCKHOVEN, J. HOARAU et J. JOUSSOT-DUBIEN, *J. Chim. Phys.*, 49, 1952, p. 470.
(13) J. JOUSSOT-DUBIEN, *Thèse*, Bordeaux, 1957.
(14) J. HOARAU, *Ann. Chim.*, Paris, (13), 1, 1956, p. 544-586.



Fig. 1. — Béryllium laminé. État écroui.
Domaines subcristallins et dislocations.
——————— (G × 16 000.)
1 µ



Fig. 2. — Béryllium laminé. État écroui. Domaines subcristallins et dislocations.
1 μ (G × 16 000.)

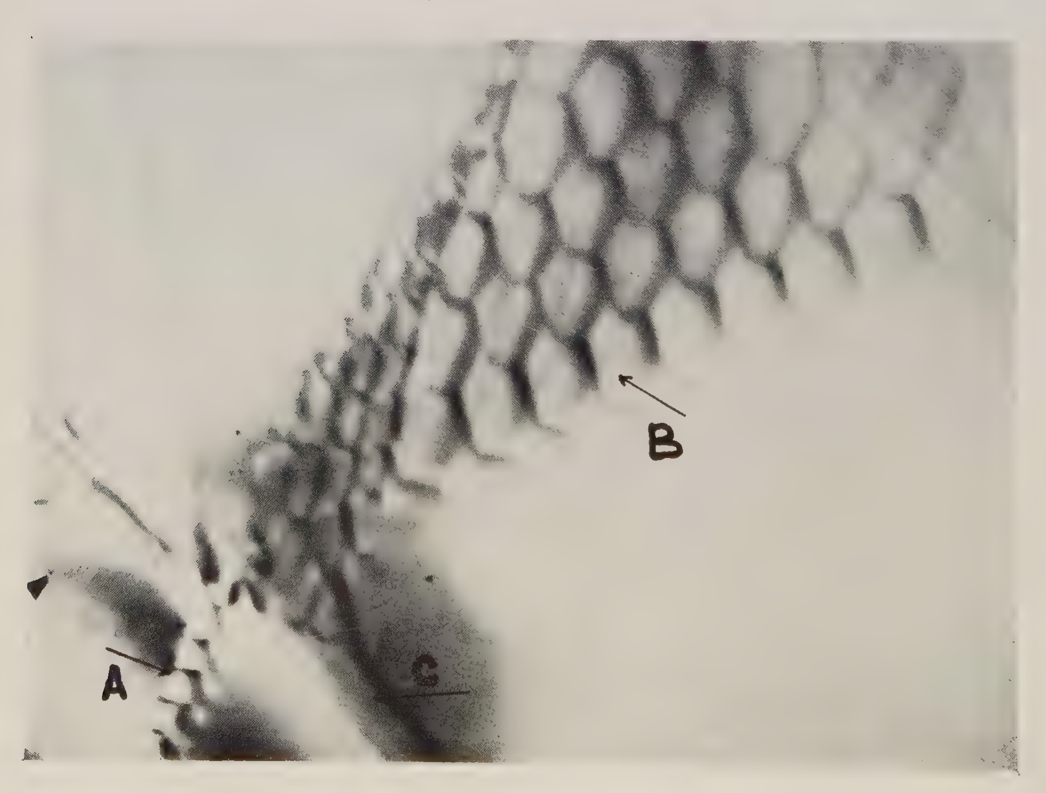


Fig. 3. — Béryllium laminé. Recuit 30 mn à 800° C.
A. Paroi de dislocations.
B. Réseau hexagonal de dislocations.
C. Franges d'interférence à un joint de grains.
1 μ (G × 80 000.)

MÉTALLOGRAPHIE. — *Micrographie électronique de films de béryllium, amincis à partir d'échantillons massifs. Mise en évidence de la sous-structure et des dislocations.* Note de MM. **Adrien Saulnier** et **Paul Mirand**, présentée par M. Jean-Jacques Trillat.

Baird, Hartree et Phillips [1] ont observé dans le microscope électronique des échantillons de béryllium obtenus par coulée sur des surfaces froides après fusion sous faisceaux d'électrons ou par clivage de monocristaux, puis amincis chimiquement. Cette méthode est limitée dans ses applications et donne des préparations dont l'épaisseur est de plusieurs milliers d'angströms.

Nous nous sommes efforcés d'appliquer au béryllium la technique d'amincissement que nous avons précédemment décrit [2] qui permet d'obtenir des films d'une épaisseur de quelques centaines d'angströms, à partir d'échantillons polycristallins massifs quel que soit leur mode d'élaboration antérieur.

Une billette de béryllium de pureté commerciale a été coulée, filée et laminée à chaud et ensuite à froid jusqu'à une épaisseur de 5/100e de millimètre. Le taux de réduction au cours du laminage à froid était de 4 : 1. Des échantillons de quelques centimètres carrés ont été prélevés dans la feuille ainsi réalisée, amincis par notre méthode à l'aide d'un appareil de polissage électrolytique semi-automatique et examinés dans le microscope électronique.

Les micrographies reproduites sur les figures 1 et 2 sont représentatives de l'état d'écrouissage après laminage, puisqu'il n'y a pas eu d'amincissement mécanique ultérieur mais uniquement dissolution électrolytique. On y remarque la fragmentation d'un monocristal en domaines subcristallins, séparés par des barrières de dislocations. De nombreuses dislocations sont également présentes dans les sous-grains.

D'autres échantillons, prélevés dans la même feuille, ont ensuite été traités pendant 30 mn sous vide à la température de 800° C, de manière à provoquer la recristallisation, puis amincis de la même façon. A l'examen au microscope électronique, il semble que la recristallisation ne soit pas complète car, si les sous-grains et les dislocations ont en grande partie disparu, il subsiste cependant, comme on le constate sur la figure 3, quelques parois de dislocations à faible densité et même des réseaux hexagonaux.

Ces résultats mettent en évidence l'intérêt de la méthode d'amincissement que nous avons proposée, pour l'étude des propriétés structurales du béryllium.

(1) J. D. Baird, O. P. Hartree et R. Phillips, *Nature*, 182, 1958, p. 1660.
(2) P. Mirand et A. Saulnier, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 1688.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Complexes organométalliques catalyseurs de la réaction* $2H_2O_2 = 2H_2O + O_2$, *in vitro*. Note (*) de Mme **André Goudot**, présentée par M. Louis de Broglie.

La réaction $2H_2O_2 = 2H_2O + O_2$ est réalisée *in vivo* par la catalase. Après l'étude théorique [1] de cette réaction enzymatique j'ai repris ici le même travail sur certains complexes organométalliques qui donnent, *in vitro*, la même réaction catalytique.

1. Données expérimentales. — *Ions métalliques actifs.* — Ce sont ceux qui forment avec les molécules organiques des complexes de coordination quatre carrés. C'est-à-dire ce sont des ions métalliques dont les orbites de la pénultième couche sont toutes saturées, sauf une (Cu^{++}, Ag^{++}, Ni^{++}). Ces ions n'ont généralement pas tendance à donner des complexes de coordination 6. Les complexes carrés cupriques sont cependant aptes à réaliser la réaction catalasique.

Addenda. — Les complexes cupriques actifs ont des addenda liés par des atomes de liaisons suffisamment « donneurs » pour former des complexes dsp^2 [2].

2. Étude théorique du complexe addenda-métal. — L'étude a été faite d'abord sur deux complexes cupriques, dont l'un (A) est formé à l'aide de deux molécules de triméthylène-diamine, l'autre (B) obtenu par méthylation d'un des groupements amino de liaison donne un complexe dix fois plus actif. Les complexes A et B sont diamagnétiques, donc d'hybridation carré dsp^2. La molécule addenda-Cu^{II} peut être considérée comme plane. Ensuite est faite l'étude du complexe cuprique biuret également très actif.

Cette étude théorique a été réalisée à l'aide de la méthode des orbitales moléculaires.

Complexe A. — Les charges sont réparties symétriquement sur les deux molécules d'addenda. Elles le sont même entre les atomes, de la même molécule, placés symétriquement par rapport à l'ion central.

NH_2, $+0,311$; CH_2, $+0,247$; CH_2, $-0,191$;
CH_2, $+0,247$; NH_2, $+0,311$; Cu^{II}, $-1,8488$.

Complexe B. — Les charges sont réparties de la même façon sur les deux addenda. Elles ne le sont pas sur les atomes, d'un même addenda, placés symétriquement par rapport à l'ion central.

$N(CH_3)_2$, $+0,891$; CH_2, $-0,038$; CH_2, $-0,224$;
CH_2, $+0,130$; NH_2, $+0,229$; Cu^{II}, $-1,966$.

Un des groupements de liaison est devenu plus fortement positif alors

que l'autre l'est moins que dans le complexe précédent. La charge délocalisée sur l'ion métallique central est voisine de celle de deux électrons. Ces deux électrons résonnant entre l'ion central et les atomes de liaison des addenda comme pour la coenzyme de la catalase.

Complexe biuret-Cu^{II}-*biuret*. — Il est très actif dans la réaction catalasique

NH_2, +0,336; CO, +0,065; NH, +0,221;
CO, +0,065; NH_2, +0,336; Cu^{II}, −2,05.

Les charges sont les mêmes sur les deux molécules de biuret. Comme pour A les charges d'une molécule de biuret sont réparties symétriquement par rapport à l'ion central. Comme pour B, la charge délocalisée sur l'ion cuprique est très voisine de celle de deux électrons.

H_2O_2-Cu^{II}-H_2O_2. — Pour que la réaction catalasique se produise il faut que deux molécules de peroxyde d'hydrogène se lient à l'ion cuprique. Dans un complexe octaédrique les deux molécules devraient se fixer à l'ion central selon l'axe Z perpendiculaire au plan addenda-métal et diamétralement opposées par rapport à ce plan XY. De plus, chaque molécule prend en présence du cation métallique la structure $O{=}O^{H}_{H}$ ([2]).

Charges : H_2O, + 0,654; O, + 0,318; Cu^{I}, — 1,943; O, + 0,318; H_2O, + 0,654.

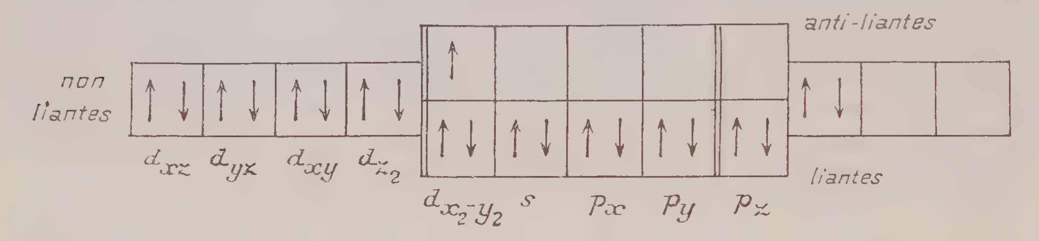
Les deux atomes O de chaque molécule de H_2O_2 devenant positifs se repoussent. Une charge voisine de 2 est délocalisée sur l'ion central.

D'après le calcul des charges la réaction paraît assez semblable à celle de la catalase.

3. Structure électronique du complexe de transition et mécanisme de la catalyse. — L'ion Cu^{++} possède neuf électrons $3d$. Dans le complexe carré les paires d'électrons, des atomes de liaisons des addenda, occupent les orbites externes $4s$, $4p_x$, $4p_y$ et l'orbite interne $3d_{x^2-y^2}$. Le neuvième électron $3d$ est promu sur une orbite antiliante, selon la méthode des orbitales moléculaires. De plus, l'ion métallique possède une paire délocalisée dans le cas des addenda fortement donneurs. Cette paire occupe une orbite externe non liante $4d_{xz}$ selon la même méthode. En présence de H_2O_2, une paire d'électrons de ce substrat vient occuper l'orbite externe libre p_z. Une seconde molécule H_2O_2 ne pourra se lier à l'ion métallique dont toutes les orbites de liaisons liantes sont occupées. Il faut donc admettre que l'ion métallique va utiliser la paire délocalisée sur lui et occupant l'orbite d_{xz} pour une liaison labile avec cette seconde molécule (*fig.*).

La première molécule H_2O_2 utilisant l'orbite de liaison p_z, qui a un lobe positif selon l'axe + Z, a sa direction de liaison selon cet axe. La seconde liaison au lieu d'avoir sa liaison dirigée selon — Z comme prévu devra se rapprocher fortement de l'axe X puisque l'orbite d_{xz} comprend deux lobes

positifs selon + Z et + X. Les deux atomes O se trouvent tous les deux dans le plan XZ et leurs liaisons avec l'ion métallique font entre elles un angle voisin de l'angle droit. Cependant, dans le plan XY, une liaison de l'addenda occupait la direction + X. Selon le calcul des charges l'atome O de liaison de H_2O_2 est positif et les atomes N de liaison des addenda sont plus ou moins fortement positifs. Il va se produire une répulsion entre O et le N voisin, d'autant plus forte que ce dernier est plus chargé positivement. Le complexe de transition prend la structure d'un octaèdre très distordu, où les deux atomes O sont rapprochés et où la configuration carrée dsp^2 du complexe addenda-métal tend à se déformer vers une configuration tétraédrique sp^3. Les deux atomes O de liaison des molécules H_2O_2 se trouvent dans le plan ZX perpendiculaire au plan XY qu'occupent primitivement les liaisons addenda-métal, ils peuvent donc recevoir la paire π délocalisée sur l'ion métallique par les addenda. Ces



deux électrons situés dans le plan ZX doivent servir à la formation de O_2. La transformation du complexe de transition de $3d\,4s\,4p^3\,4d$ en $4s\,4p^3\,4d^2$ déplace l'atome O lié en utilisant, pour l'addenda, l'orbite p_z et libère O_2. Après la réaction catalytique le complexe addenda-métal est devenu sp^3 peu stable.

Discussion. — Dans les complexes ferriques catalyseurs biologiques, l'ion central fortement paramagnétique permet la formation de complexes hexavalents. De plus, les orbites $3d_{x^2-y^2}$ et d_{z^2} non saturées peuvent être libérées pour recevoir les atomes de liaison de deux substrats. Les liaisons de ces substrats avec l'ion métallique peuvent se rapprocher sans gêner un des atomes de liaison de la coenzyme. Pendant la réaction catalytique le complexe coenzyme reste dans l'état sp^3. Un complexe addenda-Cu^{++} sp^3 aurait toutes ses orbites externes liantes occupées et l'ion Cu^{++} ayant un moment magnétique faible a peu tendance alors à se lier à cinquième atome en utilisant $d_{x^2-y^2}$, d'autant que les orbites externes saturées servent d'écran. Il est donc nécessaire pour que Cu^{II} se lie à la première molécule de H_2O_2 que l'orbite p_z soit libre. De plus, il faut que les addenda soient suffisamment « donneurs » pour que le complexe addenda-Cu^{II} délocalise une paire d'électrons sur l'ion métallique central.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 346.

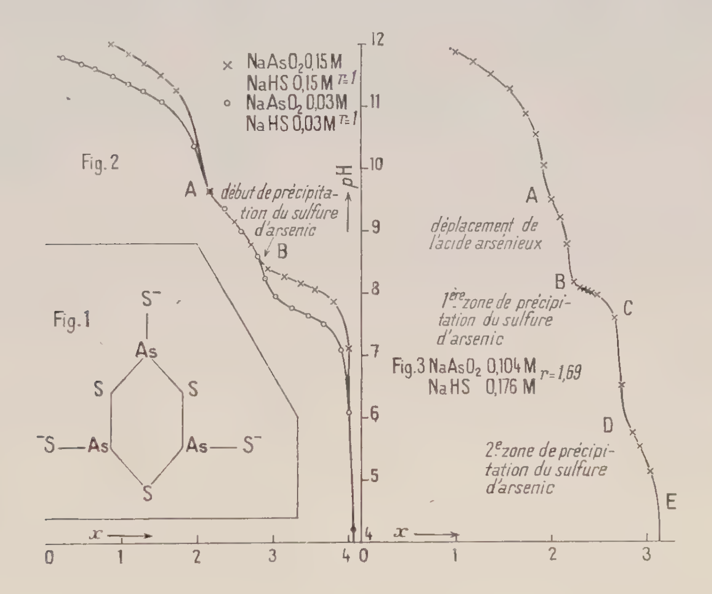
(2) L. Nicolaev, *J. Chim. Phys.*, 51, 1954, p. 712.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les thioarsénites en solution.* Note (*) de Mlle **Jeanne Angeli** et M. **Pierre Souchay**, présentée par M. Georges Chaudron.

Mise en évidence de l'ion métathioarsénite AsS_2^- dont la structure est en réalité tricondensée, et, en milieu alcalin, de l'ion pyrothioarsénite $As_2S_5^{IV--}$. Domaines de stabilité.

L'isolement de ces composés à l'état solide est malaisé ([1]) car, par concentration, on observe une précipitation de As_2S_3, ou une dismutation en thioarséniates et As, suivant que le milieu est légèrement acide ou alcalin.

En vue de préciser leurs composition et domaine de stabilité, nous avons



titré par H_2SO_4 des solutions renfermant au départ des rapports divers $r = NaHS/NaAsO_2$, en milieu KCl 1 M.

Si $r = 2$, on a un point d'équivalence très net pour 2 équiv d'acide par mole $NaAsO_2$, correspondant à la formation de $NaAsS_2$, selon

$$AsO_2^- + 2HS^- + 2H^+ \rightarrow AsS_2^- + 2H_2O,$$

au-delà, commence la précipitation de As_2S_3, qui est terminée pour 1 équiv supplémentaire :

$$(1) \qquad 2AsS_2^- + 2H^+ \rightleftharpoons As_2S_3 + H_2S.$$

Pour tous les autres rapports, les mélanges se comportent, en milieu non alcalin, comme s'il ne se formait rien d'autre ([2]). Il est facile de s'en rendre compte, car les pK du constituant en excès (9,2 pour $HAsO_2$, 6,8 pour H_2S) sont tels que leur courbe de titrage s'intercale distinctement

entre le point d'équivalence de $NaAsS_2$ et la zone de précipitation de As_2S_3; les phénomènes sont néanmoins différents suivant la valeur de *r*.

— Si $r > 2$, la courbe a la même allure que précédemment, mais avant la région de précipitation de As_2S_3 s'intercale la courbe de déplacement de H_2S.

— Si $r \leq 1{,}5$ (*fig.* 2), on observe la portion AB correspondant au déplacement de $HAsO_2$, à laquelle succède la région de précipitation de As_2S_3, suivant

$$(2) \qquad 3\,AsS_2^- + HAsO_2 + 3\,H^+ \rightleftharpoons 2\,As_2S_3 + 2\,H_2O.$$

Le cas, classique en analyse, de la reprise des précipités du deuxième groupe par le carbonate d'ammonium, correspond à l'éventualité $r = 1{,}5$; l'équation (2) lue dans le sens ← montre qu'elle se traduit par la formation de thioarsénite et arsénite.

— Lorsque $1{,}5 < r < 2$, les deux réactions (1) et (2) sont possibles, mais il se trouve que les zones de pH où elles ont lieu sont tellement différentes qu'elles donnent deux paliers successifs (*fig.* 3, où AB correspond au déplacement de $HAsO_2$ en excès sur $r = 1{,}5$).

En réalité, si AsS_2^- correspond bien à la composition de l'ion, sa structure correspond à la formule triple $As_3S_6^{---}$, ainsi que le montre l'abaissement cryoscopique au point de transition de Na_2SO_4, qui est le tiers d'un abaissement normal et ne varie pas avec la concentration. Cette conclusion se vérifie de façon frappante sur les courbes de titrage.

En appliquant des formules déjà établies ([3]) et en écrivant (1) et (2) désormais sous la forme

$$(1') \qquad 2\,(AsS_2)_n^{n-} + 2n\,H^+ \rightleftharpoons n\,As_2S_3 + n\,H_2S,$$

$$(2') \qquad (AsS_2)_n^{n-} + \frac{n}{3}\,HAsO_2 + n\,H^+ \rightleftharpoons \frac{2n}{3}\,As_2S_3 + \frac{2n}{3}\,H_2O,$$

on calculerait

$$\frac{\Delta\,pH}{\Delta\log c} = 1{,}33 \quad (n=1), \qquad 0{,}83 \quad (n=2), \qquad 0{,}66 \quad (n=3), \qquad 0{,}58 \quad (n=4)$$

dans le cas de l'équation (2') (*fig.* 2),

$$\frac{\Delta\,pH}{\Delta\log c} = 0{,}5 \quad (n=1), \qquad 0 \quad (n=2), \qquad -0{,}16 \quad (n=3), \qquad -0{,}25 \quad (n=4)$$

dans le cas de l'équation (1').

Si l'on mesure ce quotient, en faisant varier la dilution du système dans la zone de précipitation et à une époque donnée du titrage, on trouve 0,66 dans le premier cas et des valeurs variant de — 0,12 à — 0,18 dans le second cas.

Ceci serait en accord avec la structure de la figure 1.

Les constantes d'équilibre ont pu être déterminées, soit à la force ionique utilisée :

$$K_{1'} = 6,5.10^{-34}, \qquad K_{2'} = 3,7.10^{-28}.$$

En doublant chaque membre de (2′) et retranchant de (1′), ces formules étant écrites avec $n = 3$, on en tire le troisième équilibre

$$2\,HAsO_2 + 3\,H_2S \rightleftharpoons As_2S_3 + 4\,H_2O$$

qui représente en quelque sorte le produit de solubilité de As_2S_3; il est facile d'établir que

$$|HAsO_2|^2.|H_2S|^3 = \frac{K_{2'}^2}{K_{1'}} = 2,1.10^{-22}.$$

Il nous restait à rechercher le comportement du thioarsénite du côté alcalin, où l'on pourrait s'attendre à une dégradation en AsO_2^- et HS^-. En réalité, l'addition de NaOH à une solution de thioarsénite, ne diminue que très peu l'absorption optique de celui-ci, dans la région 300-360 mμ (où n'absorbent ni AsO_2^- ni HS^-), tant qu'on n'a pas fait réagir plus de 1 mole NaOH par atome-gramme de As ([4]). De plus, si l'on ajoute un excès d'ion HS^- au thioarsénite, puis NaOH, l'absorption augmente jusqu'à addition de 0,5 mole NaOH par atome-gramme de As, puis décroît ensuite assez brusquement. Tous ces faits s'expliquent par l'apparition, dans cette zone, d'un composé plus alcalin, et plus riche en soufre. Les valeurs obtenues dans les séries d'essais précédents sont en accord avec l'existence d'un « pyrothioarsénite » $As_2S_5^{IV-}$:

$$5\,As_3S_6^{---} + 12\,OH^- \rightleftharpoons 6\,As_2S_5^{IV-} + 3\,AsO_2^- + 6\,H_2O,$$

$$2\,As_3S_6^{---} + 3\,HS^- + 3\,OH^- \rightleftharpoons 3\,As_2S_5^{IV-} + 3\,H_2O.$$

Au-delà, la diminution d'absorption est due à la dégradation de $As_2S_5^{IV-}$ en HS^-, AsO_2^- (ou $H_2AsO_3^-$) et $HAsO_3^{--}$.

L'ion $As_2S_5^{IV-}$ est dû vraisemblablement à la scission de $As_3S_6^{---}$, il est de la forme

```
S               S
   As — S — As
S               S
```

Quant à AsS_3^{---}, rien ne permet d'affirmer son existence dans aucun domaine.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) H. Wünschendorff, *Bull. Soc. Chim.*, 45, 1929, p. 889 à 906; H. Wünschendorff et Mme P. Valier, *Bull. Soc. Chim.*, 53, 1933, p. 1525 à 1529. Pour les références antérieures, *voir* Gmelin.

([2]) Pour cette raison, les courbes de titrage ont été construites en portant le pH en fonction de x, équivalents d'acide par mole de $NaAsS_2$ formée.

([3]) P. Souchay, *Bull. Soc. Chim.*, 16, 1949, p. 122 à 133.

([4]) Il s'agit de NaOH consommée, c'est-à-dire NaOH ajoutée-NaOH libre (mesurée à l'électrode de verre).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la stabilité des coprécipités amorphes d'hydroxydes de fer III et d'aluminium.* Note de M. **Gérard Montel**, présentée par M. Georges Chaudron.

On sait que les composés amorphes coprécipités présentent une réactivité chimique exceptionnelle [1], [2]. On attribue d'ordinaire cette réactivité à la grande surface de contact des réactifs solides et à l'homogénéité des mélanges ainsi préparés. Nous avons recherché si ces précipités ne présenteraient pas d'autres propriétés remarquables. Cela nous a conduit

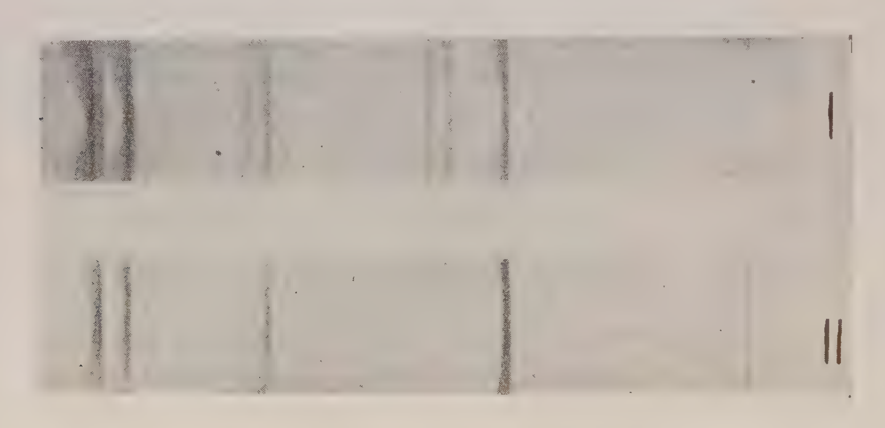


Fig. 1. — Diagrammes de rayons X.
I. Mélange de bayérite et d'hydrargillite obtenu par cristallisation d'un coprécipité contenant 10 moles % d'hydroxyde ferrique.
II. Bayérite obtenue par cristallisation d'un coprécipité contenant 40 moles % d'hydroxyde ferrique.

à étudier un système d'hydroxydes coprécipités à l'état amorphe, qui ne donne pas lieu à une réaction chimique : nous avons choisi le système hydroxyde ferrique-hydroxyde d'aluminium.

Les coprécipités amorphes ont été obtenus en versant rapidement des solutions concentrées mixtes de chlorures de fer III et d'aluminium de compositions variées, dans de l'ammoniaque concentrée. Aussitôt après leur formation, les précipités étaient lavés par centrifugation jusqu'à l'absence d'ions chlore : cette opération durait environ 24 h. Les précipités étaient ensuite mis en suspension dans l'eau bidistillée dégazée en vue de l'étude de leur évolution dans ce milieu, ou séchés sous vide à la température ordinaire en vue de l'étude de leur évolution par chauffage.

Dans l'eau bidistillée dégazée, on observe, après quelques jours, une formation d'hydroxyde d'aluminium cristallisé. Mais l'hydroxyde ferrique exerce une action très nette sur cette cristallisation : son action présente deux aspects.

L'hydroxyde d'aluminium pur (ou contenant moins de 20 moles %

d'hydroxyde ferrique) donne en effet naissance, dans les conditions de nos expériences, à des mélanges de ses deux formes cristallisées, l'hydrargillite et la bayérite (*fig.* 1, cliché I). Les coprécipités plus riches en hydroxyde ferrique conduisent, au contraire, à une bayérite presque pure (*fig.* 1, cliché II). L'hydroxyde ferrique semble donc orienter la cristallisation de l'hydroxyde d'aluminium. Mais il agit en outre sur la vitesse de cette cristallisation. Les courbes de la figure 2 montrent, en effet, que la vitesse de formation de l'hydroxyde d'aluminium cristallisé passe par un maximum lorsque les coprécipités ont une composition sensiblement

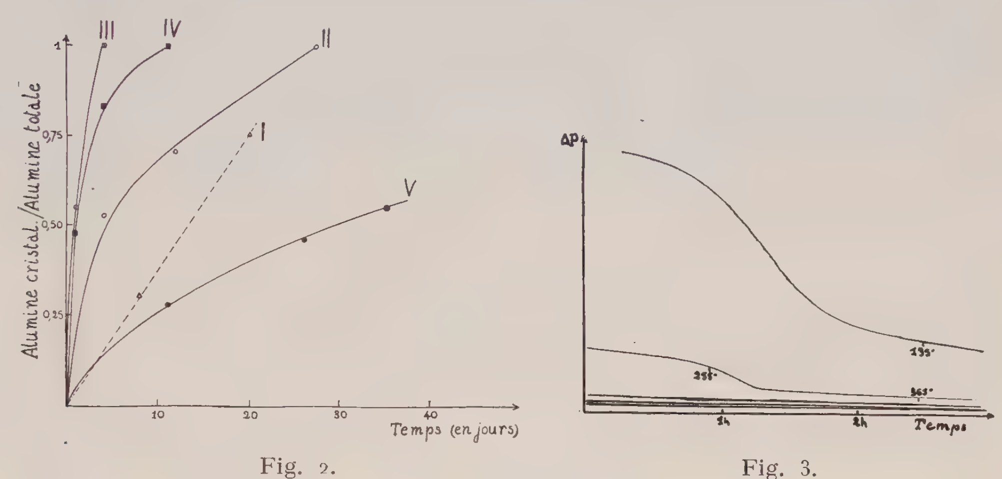


Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 2. — Variation de la vitesse de cristallisation de la bayérite en fonction de la teneur du coprécipité en hydroxyde ferrique.

I. Alumine pure.
II. Coprécipité à 20 moles % Fe $(OH)_3$.
III. Coprécipité à 55 moles % Fe $(OH)_3$.
IV. Coprécipité à 65 moles % Fe $(OH)_3$.
V. Coprécipité à 80 moles % Fe $(OH)_3$.

Fig. 3. — Courbe de thermopesée d'un coprécipité contenant de l'hydroxyde d'aluminium cristallisé.

équimoléculaire. De part et d'autre de cette composition, les vitesses de cristallisation décroissent très rapidement.

Dans ces expériences, nous avons dosé l'hydroxyde d'aluminium cristallisé en déterminant, par thermopesée, la perte de poids due à la déshydratation de ce composé, suivant l'équation

$$2\,Al(OH)_3 \rightarrow Al_2O_3 + 3\,H_2O.$$

Cette perte d'eau localisée entre 250 et 300° se distingue très bien sur la courbe du départ de l'eau retenue par l'alumine amorphe (*fig.* 3).

Lorsqu'on étudie, d'autre part, l'évolution des coprécipités par chauffage, on observe une action importante de l'alumine sur la température de cristallisation de l'oxyde ferrique. On sait, en effet, que les précipités amorphes d'hydroxyde ferrique, préparés dans les conditions indiquées précédemment, se déshydratent par chauffage et cristallisent vers 150° en

oxyde ferrique rhomboédrique $Fe_2O_3\alpha$. Nous avons constaté que la température de cristallisation de cet oxyde s'élève notablement si le précipité contient de l'hydroxyde d'aluminium (*fig.* 4) : l'écart de température peut atteindre 300°. Cette observation rejoint celle d'autres auteurs qui ont obtenu le même phénomène avec les coprécipités amorphes binaires ou ternaires contenant les oxydes de chrome, de zirconium et de nickel (3), (4).

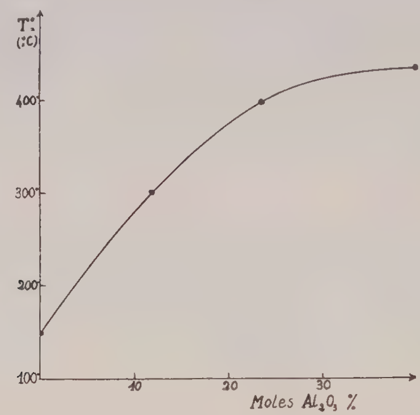


Fig. 4. — Variation de la température de cristallisation de $Fe_2O_3\alpha$ en fonction de la teneur du coprécipité en alumine.

En conclusion, nous avons caractérisé de deux façons différentes une interaction entre les hydroxydes de fer III et d'aluminium amorphes coprécipités : d'une part, l'hydroxyde ferrique oriente la cristallisation de l'alumine dans l'eau vers la bayérite, et agit sur la vitesse de cette cristallisation. D'autre part, l'alumine élève notablement la température de cristallisation de l'oxyde ferrique amorphe sous la forme de $Fe_2O_3\alpha$ rhomboédrique.

(1) G. Montel, *Ann. Chim.*, 13e série, 3, 1958, p. 332.

(2) J. Stocker et R. Collongues, Mémoires présentés à la Section de Chimie minérale, *XVIe Congrès international de Chimie pure et appliquée*, Paris, 1957, p. 647.

(3) X. O. Milligan et L. M. Watt, *J. Phys. Coll. Chem.*, 52, 1948, p. 230.

(4) M. S. K. Bhattacharyya et S. Kameswari, *J. Chim. Phys.*, 56, 1959, p. 823.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénomènes de compétition entre hydrogènes mobiles, dans la série des pyridylalcynes vrais.* Note de MM. **Jean-Albert Gautier** et **Marcel Miocque**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans les pyridylalcynes existent deux atomes d'hydrogène mobiles, l'un correspondant à la fonction acétylénique vrai et l'autre au CH_2 juxtanucléaire. On a comparé leur réactivité respective vis-à-vis de l'alcoylation et de la réaction de Mannich; l'hydrogène acétylénique se montre le plus mobile.

Dans une Note précédente [1] nous avons comparé la mobilité de l'hydrogène méthylique des diverses picolines et de l'hydrogène acétylénique vrai, et constaté que l'hydrogène des 2- et 4-picolines, plus réactif que celui des halogénoalcynes, permettait la synthèse de 2- et 4-pyridylalcynes vrais selon la réaction

$$(C_5H_4N)CH_2Mé + X(CH_2)_n{-}C\equiv CH \rightarrow (C_5H_4N){-}CH_2{-}(CH_2)_n{-}C\equiv CH + MéX$$

(I) [Mé désignant un métal alcalin].

Dans certains cas, même, on observe en série 4-picolique la réaction supplémentaire d'un deuxième hydrogène du chaînon CH_3 conduisant à des dérivés à deux fonctions acétyléniques, tels que

$$(4\text{-}C_5H_4N){-}CH\langle\begin{matrix}CH_2{-}C\equiv CH\\ CH_2{-}C\equiv CH\end{matrix}$$

Bien que non justiciable du test de Zerewitinoff, le second hydrogène « méthylénique » est donc lui-même susceptible d'une certaine mobilité et, dans les 2- et 4-pyridylalcynes de l'équation (I), il peut entrer en compétition avec l'hydrogène acétylénique terminal. Nous avons étudié ce phénomène vis-à-vis de deux réactions propres à l'hydrogène mobile : l'alcoylation par l'intermédiaire des dérivés alcalins et la réaction de Mannich. Toutes deux sont, on le sait, applicables tant aux acétyléniques vrais [2] qu'aux 2- et 4-picolines et à leurs homologues; c'est ainsi que, dans le cas de ces derniers, Tséou-Heou-Feo [3] a soumis à une réaction de Mannich l'éthyl-2-pyridine :

$$(2\text{-}C_5H_4N){-}CH_2{-}CH_3 \rightarrow (2\text{-}C_5H_4N){-}CH\langle\begin{matrix}CH_3\\ CH_2{-}N(CH_3)_2\end{matrix}$$

(II)

Nous avons observé pour notre part les résultats suivants :

1° *Réaction de Mannich* [avec $(CH_3)_2NH$]. — Appliquée aux 2- et 4-pyridylalcynes elle n'a intéressé que la fonction acétylénique

$$(C_5H_4N){-}(CH_2)_n{-}C\equiv CH + CH_2O + (CH_3)_2NH$$
$$\rightarrow (C_5H_4N){-}(CH_2)_n{-}C\equiv C{-}CH_2{-}N(CH_3)_2.$$

(III)

La constitution des amines acétyléniques obtenues a été prouvée par la disparition des réactions analytiques de la fonction acétylénique vraie et par identification à des corps de référence obtenus par une voie différente (condensation dans l'éther d'une amine acétylénique ω-chlorée avec le picolyl-lithium).

En aucun cas l'addition du reste $CH_2—N(CH_3)_2$ ne s'est faite sur le carbone picolique; l'hydrogène acétylénique terminal est donc ici le plus réactif.

2° *Réaction d'alcoylation* (avec halogénure d'alcoyle + amidure). — Les résultats sont plus nuancés; avec les 2-pyridylalcynes, on observe aussi seulement la réaction classique d'allongement de la chaîne éthynylée

$$(2\text{-}C_5H_4N)—(CH_2)_n—C\equiv CH \xrightarrow[XR]{NH_2Na} (2\text{-}C_5H_4N)—(CH_2)_n—C\equiv C—R. \quad \text{(IV)}$$

L'hydrogène acétylénique a seul subi la substitution et sa réactivité l'emporte donc une fois encore sur celle de l'hydrogène du méthyle picolique.

Dans le cas des 4-pyridylalcynes, en revanche, et en utilisant un excès d'halogénure et d'amidure (deux moles de chaque pour une d'alcyne) nous avons observé la formation du produit dialcoylé; ainsi, le 4-pyridyl-7-heptyne-1 opposé à BrC_3H_7 conduit au dérivé dipropylé

$$(4\text{-}C_5H_4N)—CH\begin{cases} C_3H_7 \\ (CH_2)_4—C\equiv C—C_3H_7 \end{cases}$$

identifié par son picrate (F 66°,5). Dans ce corps, qui marque le terme ultime des substitutions attendues, les hydrogènes mobiles picolique et acétylénique ont été affectés ensemble par l'alcoylant.

Cette double réaction peut même se manifester sans qu'intervienne un excès de réactif, et alors l'alcoyle substituant se partage entre les deux isomères de substitution possibles; ainsi le (4-pyridyl)-4-butyne-1, donne naissance, avec des proportions équimoléculaires de réactifs (1 mole d'halogénure et 1 mole d'amidure pour 1 d'alcyne) au mélange de deux dérivés A et B dans lesquels l'alcoylation porte respectivement sur la fonction acétylénique et sur l'hydrogène picolique

$$(4\text{-}C_5H_4N)—CH_2—CH_2—C\equiv C—C_3H_7 \quad \text{(A) } 75\,\%$$

$$(4\text{-}C_5H_4N)—CH\begin{cases} C_3H_7 \\ CH_2—C\equiv CH \end{cases} \quad \text{(B) } 25\,\%$$

Ces deux isomères, pratiquement inséparables, se forment dans les proportions respectives de 75 % de A et 25 % de B, ainsi que le montre le dosage de l'hydrogène acétylénique.

Il apparaît donc qu'en série 4-picolique la mobilité du deuxième hydrogène picolique entre en compétition avec celle de l'hydrogène acétylénique, cette dernière restant toutefois prépondérante.

De l'ensemble de ces faits il ressort que si le premier hydrogène 2- et 4-picolique (« méthylique ») se montre plus mobile que l'hydrogène acétylénique ([1]), inversement ce dernier l'est généralement plus que le deuxième hydrogène picolique (« méthylénique ») sans que cette prédominance exclue tout phénomène de compétition. Cette constatation rapproche le deuxième hydrogène du CH_3 2- et 4-picolique du premier hydrogène de la 3-picoline ([1]); on peut y voir une extension à la tentative de hiérarchisation que nous avons précédemment proposée entre les divers hydrogènes mobiles des picolines et des alcynes.

([1]) J.-A. Gautier et M. Miocque, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 2785.
([2]) C. Mannich et Fu Tsong Chang, *Ber.*, 66, 1933, p. 418.
([3]) Tséou Heou Feo, *Bull. Soc. Chim.*, 2, 1935, p. 90; *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1242.

(*Faculté de Pharmacie de Paris, Chaire de Chimie organique.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des magnésiens sur l'éthoxy trichloro-1.1.3 propène; passage aux acétals de cétones α-éthyléniques α'-acétyléniques.* Note de MM. **Henri Normant** et **Serge Lecolier**, présentée par M. Marcel Delépine.

On a préparé divers éthers dichlorés $R.CH(OC_2H_5).CH{=}CCl_2$. Ceux-ci, traités par KOH éthanolique, conduisent : *a.* si R = alcoyle à des éthers chloroacétyléniques; *b.* si R = C_6H_5 ou vinyle à des acétals de cétones α-éthyléniques α'-acétyléniques; *c.* si R = alcynyle à des acétals de cétones α-acétyléniques, α'-β-chlorovinyliques). Ces acétals, notamment *b* permettent de nombreuses synthèses.

L'éthoxy trichloro-1.1.3 propène $C_2H_5O.CHCl.CH{=}CCl_2$ (1) a été traité par divers magnésiens aliphatiques, aryliques, vinyliques et acétyléniques. Il conduit, avec des rendements de 60 à 80 %, aux éthers dichlorés $R.CH(OC_2H_5).CH{=}CCl_2$.

Éthers dichlorés.

R.	É/p.	n_D^{20}.	d_4^{20}.	Rdt (%).
n-C_7H_{15}	88/0,1	1,4550	0,986	75
C_6H_5	105/2	1,5303	1,198	83
$CH_3.CH{=}CH$	78/12	1,4698	1,097	64
$CH_2{=}C(CH_3)$	72/12	1,4646	1,095	55
$(CH_3)_2C{=}CH$	90/12	1,4793	1,092	62
$CH_3.C{\equiv}C$	100/19	1,4793	1,1494	75
$C_4H_9.C{\equiv}C$	110/1	1,4771	1,081	65
$C_6H_5.C{\equiv}C$	114/0,07	1,5544	1,171	73

Le comportement de ces éthers, vis-à-vis de KOH éthanolique et à reflux, diffère selon leur structure.

Les composés (I) aliphatiques à groupement alcoyle, perdent HCl et engendrent des *éthers chloroacétyléniques* (II) (2).

$R.CH(OC_2H_5)C{\equiv}CCl$ (II) (Rdt 50 à 55 %) (R = n-C_7H_{15}; $É_{0,1}$ 93; n_D^{20} 1,4480; d_4^{20} 0,875).

Les composés (I) à substituants R=arylique ou vinylique conduisent à des *acétals acétyléniques* (III) (Rdt 40 à 60 %).

$$R.C(OC_2H_5)_2C{\equiv}CH. \quad \text{(III)}.$$

Acétals acétyléniques (III).

R.	É/p.	n_D^{20}.	d_4^{20}.	Rdt (%).	2.4-DNPH.
C_6H_5	72/0,1 (F 51°)	1,5024	–	58	220
$CH_3.CH{=}CH$	67/12	1,4396	0,904	57	161 (3)
$CH_2{=}C(CH_3)$	63/12	1,4368	0,913	41	145
$(CH_3)_2C{=}CH$	78/12	1,4463	0,918	45	172

KOH tertiobutylique provoque une dégradation et si $R = CH_3.CH{=}CH$ on isole de l'acide crotonique.

Avec les éthers (I) à groupement alcynyle, il se fait surtout des *acétals chlorovinyliques* (IV) et un peu (2 à 10 %) d'acétals biacétyléniques (V), éliminables par traitement à Cu_2Cl_2 ammoniacal.

$$R.C{\equiv}C.C(OC_2H_5)_2.CH{=}CHCl \quad \text{(IV)} \qquad R.C{\equiv}C.C(OC_2H_5)_2.C{\equiv}CH \quad \text{(V)}$$

Acétals (IV).

R.	É/*p*.	n_D^{20}.	d_4^{20}.	2.4-DNPH.
$CH_3.C{\equiv}C$..........	99/19	1,4646	1,033	178
$C_4H_9.C{\equiv}C$..........	97/1	1,4618	1,049	–
$C_6H_5.C{\equiv}C$..........	118/0,2	1,5263	1,064	185

On peut interpréter ces résultats inattendus par les réactions suivantes :

$$R.CH{=}CH.CH(OC_2H_5)CH{=}CCl_2 \longrightarrow R.CH{=}CH.C(OC_2H_5){=}CH.CHCl_2$$
$$\xrightarrow{HCl} R.CH{=}CH.C(OC_2H_5){=}C{=}CHCl.$$

L'intermédiaire allénique fixe, ensuite, l'alcool et perd HCl.

Ce mécanisme est basé sur divers faits :

a. Échec des essais d'obtention de composés analogues à (II), R étant vinylique, en utilisant la quantité de KOH éthanolique ou tertiobutylique nécessaire à minéraliser un seul atome de chlore.

b. Arrêt au stade chlorovinylique si R est un reste alcynyle.

c. Obtention d'acétals butyliques avec KOH et butanol

$$CH_3.CH{=}CH.CH(OC_4H_9)CH{=}CCl_2 \qquad (É_{105}/15^0;\ n_D^{20}\ 1,4700;\ d_4^{20}\ 1,057)$$

conduit à

$$CH_3.CH{=}CH.C(OC_4H_9)_2.C{\equiv}CH \qquad (É_{88}/0^0,7;\ n_D^{20}\ 1,4463;\ d_4^{20}\ 0,890);\ 2.4\text{-DNPH, F } 161^0)$$

Par l'hydrolyse tartrique de (IV) $R = C_6H_5$, on obtient

$$C_6H_5.C{\equiv}C.CO.CH{=}CHCl \qquad (F\ 31^0)$$

qui réagit sur la pipéridine pour donner

$$C_6H_5.C{\equiv}C.CO.CH{=}CH.NC_5H_{10} \qquad (F\ 88^0).$$

Les acétals (III) se prêtent aux réactions classiques des alcynes :

a. Formation de magnésiens; par C_2H_5MgBr, on a préparé

$$CH_3.CH{=}CH.C(OC_2H_5)_2.C{\equiv}CMgBr$$

qui, condensé sur n-C_3H_7CHO, donne

$$CH_3.CH{=}CH.C(OC_2H_5)_2.C{\equiv}C.CHOH.C_3H_7 \qquad (\text{Rdt } 30\ \%) \quad (É_{0,1}\ 106;\ n_D^{20}\ 1,4652).$$

b. Condensation avec les cétones en présence de KOH en milieu THF [4],

pour donner les carbinols (VI) :

$$R.C(OC_2H_5)_2.C{\equiv}C.C(OH).R'.R''$$
(VI)

Alcools (VI).

	R.	R'.	R''.	É/p.	n_D^{20}.	d_4^{20}.	Rdt (%).
(I)	$CH_3.CH{=}CH$	Cyclohexyle		135/0,5	1,4823	0,995	70
(II)	$CH_3.CH{=}CH$	CH_3	C_2H_5	94/0,5	1,4602	0,942	72
(III)	$CH_2{=}C(CH_3)$	CH_3	C_2H_5	83/0,2	1,4578	0,943	68
(IV)	$CH_2{=}C(CH_3)$	CH_3	CH_3	79/0,4	1,4548	0,945	70
(V)	$(CH_3)_2.C{=}CH$	CH_3	CH_3	87/0,1	1,4601	0,940	67

La déshydratation de (II) par $POCl_3$, pyridine fournit

$CH_3.CH{=}CH.C(OC_2H_5)_2.C{\equiv}C.C(CH_3){=}CH.CH_3$ (E_1 83°; n_D^{20} 1,5390; Rdt 35 %)

c. Hydratation de la liaison triple, d'où les *méthylvinylglyoxals*.

$$CH_3.CH{=}CH.C(OC_2H_5)_2.C{\equiv}CH$$

traité par HgO; BF_3-$(OC_2H_5)_2$, conduit à

$CH_3.CH{=}CH.CO.CO.CH_3$ ($É_{20}$ 83°; n_D^{20} 1,4500; d_4^{20} 0,946).

(1) A. N. Nesmeyanov, R. K. H. Freidlina et L. I. Zakharkin, *Doklady Akad. Nauk U. R. S. S.*, 97, 1954, p. 91-94; *C. A.*, 1955, p. 8793.

(2) L. I. Zakharkin, *Izvest. Akad. Nauk S. S. S. R., Otdel Khim. Nauk*, n° 7, 1958, p. 846.

(3) K. Bowden, I. M. Heilbron et E. R. Jones, *J. Chem. Soc.*, 1946, p. 39-45.

(4) P. Cadiot et A. Willemart, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 130; *Bull. Soc. Chim.*, 18, 1951, p. 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un accès à l'aldostérone à partir de structures stéroïdes de la série biliaire.* Note de MM. **Léon Velluz, Georges Muller, Roland Bardoneschi** et **André Poittevin**, transmise par M. Charles Dufraisse.

On sait que l'aldostérone, isolée en 1953 ([1]) par Reichstein, Wettstein et leurs collaborateurs, à partir des surrénales de bœuf, présente la singularité d'offrir un méthyle angulaire sous forme oxydée. La fonction aldéhydique en 18 constitue précisément la difficulté majeure d'accès à l'aldostérone à partir des matières premières habituelles des hémisynthèses stéroïdes. On ne dispose pas encore, à notre connaissance tout au moins, d'une préparation de cette hormone à partir des stéroïdes naturels, tandis que sa première synthèse totale a été magistralement décrite en 1955 par l'École suisse ([2]).

a. L'isolement du méthyle angulaire par le centre quaternaire 13 ne permet pas d'approcher cette position par les méthodes classiques.

Aussi a-t-on formulé les principes, soit d'ouverture et de fermeture du cycle D pour faire passer une activation en 18 (3), soit, selon Jeger, d'atteinte directe de la position 18, au travers de l'espace, à partir d'une fonction agressive insérée transitoirement sur la chaîne (4), (5), (6).

Produit n°	Désignation.	Formule brute.	F_{inst} (°C).	$[\alpha]_D$ (°).
I *a*.	3α-acétoxy 20α-hydroxy 11-oxo 5β-pregnane	$C_{23}H_{36}O_4$	179	+ 76 ± 5 ($CHCl_3$)
II *a*.	3α-acétoxy 18.20α-époxy 11-oxo 5β-pregnane	$C_{23}H_{34}O_4$	171	+113 ± 5 ($CHCl_3$)
II *b*.	3α-acétoxy 18.20β-époxy 11-oxo 5β-pregnane	$C_{23}H_{34}O_4$	168	+ 67 ± 5 ($CHCl_3$)
III.	3α.20-dihydroxy 18.20-époxy 11.18 dioxo 5β pregnane	$C_{21}H_{30}O_5$	232	+ 34 ± 5 (EtOH)
IV.	3α.20β-dihydroxy 11β.18-époxy 18-oxo 5β-pregnane	$C_{21}H_{32}O_4$	310	+ 54 ± 5 (EtOH)
V.	3α.18.20β-trihydroxy 11-oxo 5β-pregnane	$C_{21}H_{34}O_4$	218	+ 63 ± 5 ($CHCl_3$)
VI.	18.20-époxy 3.11.18-trioxo 5β-pregnane	$C_{21}H_{28}O_4$	218	+ 10 ± 5 ($CHCl_3$)
VII.	11β.18-époxy 3.18.20-trioxo 5β-pregnane	$C_{21}H_{28}O_4$	246	+ 55 ± 5 ($CHCl_3$)
VIII.	11β.18-époxy 18.20-dioxo 3-éthylènedioxy 5β-pregnane	$C_{23}H_{32}O_5$	198	+ 65 ± 5 ($CHCl_3$)
IX.	11β.18-époxy 18.20-dioxo 3-éthylènedioxy 21-éthoxalyl 5β-pregnane	$C_{27}H_{36}O_8$	188	+109 ± 5 ($CHCl_3$)
X.	21-iodo 11β.18-époxy 18.20-dioxo 3-éthylènedioxy 5β-pregnane	$C_{23}H_{31}O_5I$	225	− 23 ± 10 ($CHCl_3$)
XII.	21-acétoxy 11β.18-époxy 3.18.20-trioxo 5β-pregnane	$C_{23}H_{30}O_6$	201	+ 23 ± 10 ($CHCl_3$)
XIV.	21-acétoxy 11β.18-époxy 3.18.20-trioxo pregna 4-ène	$C_{23}H_{28}O_6$	185-188	+117 ± 5 ($CHCl_3$)

Parmi les diverses tentatives ainsi décrites, l'attaque par le tétracétate de plomb d'un dérivé 20-hydroxylé non oxygéné en 11 conduit à un enchaînement époxydique 18-20 (6). L'application de cette méthode aux 11-cétostéroïdes nous a paru ouvrir une voie vers l'aldostérone. Les conditions expérimentales de cette réaction-clef sont, en effet, exceptionnellement simples. Cependant, nous avons observé que les résultats de l'oxydation tétracétique dépendaient largement de la configuration en 20 des dérivés hydroxylés obtenus par réduction du 3α-acétoxy 11.20-dioxo 5β-pregnane (7). Tandis que la forme 20α, I*a*, fournit 80 % d'époxyde 18-20, II*a*, $[\alpha]_D$ + 113°, l'épimère 20β, I *b*, ne conduit qu'à un rendement moitié en époxyde correspondant, II *b*, $[\alpha]_D$ + 67°.

b. Les époxydes, II *a* et II *b*, conduisent, par une double oxydation chromique en 18 et 20, à la lactone III issue d'une forme hémiacétalique

de la cétone 20 et du carboxyle 18 ainsi formés. La réduction consécutive par le borohydrure des fonctions 11 et 20 va de pair avec un basculage du pont lactonique vers le cycle C, IV.

La nouvelle lactone, IV, est également accessible par ouverture acétylante de l'époxyde II *b*, saponification et oxydation du dérivé hydroxylé, V, en une lactone, VI. Comme dans le cas précédent, la réduction en 11 est solidaire du passage de la fonction lactonique de 20 en 11.

c. Après oxydation des hydroxyles 3 et 20, VII, et désactivation de la fonction en 3 par monocétalisation, VIII, on introduit l'acétoxyle en 21 par la méthode de Ruschig [8]. Cette méthode met à profit une oxalylation temporaire pour diriger en 21 la fixation d'un atome d'iode, qu'on échange ensuite par acétolyse (VIII→IX→X→XI).

Après libération du carbonyle en 3, XII, la double liaison 4-5 est créée, selon les méthodes usuelles, par bromuration, XIII, et déhydrobromuration, XIV.

Le tableau ci-avant rassemble les caractéristiques des principaux intermédiaires obtenus.

d. Le 21-acétoxy 11 β.18-époxy 3.18.20-trioxo pregna 4-ène, XIV, F 185-188°, $[\alpha]_D + 117°$ (chloroforme), terme final de cette préparation, est identique au produit déjà obtenu par Wettstein [9] et qui a conduit à l'aldostérone par réduction ménagée de la lactone en hémiacétal 18-11 après protection usuelle des carboxyles 3 et 20.

(1) S. A. Simpson, J. F. Tait, A. Wettstein, R. Neher, J. von Euw et T. Reichstein, *Experientia*, 9, 1953, p. 333.

(2) J. Schmidlin, G. Anner, J. R. Billeter et A. Wettstein, *Experientia*, 11, 1955, p. 365.

(3) D. H. R. Barton, A. Da S. Campos-Neves et A. I. Scott, *J. Chem. Soc. London*, 1957, p. 2698.

(4) P. Buchschacher, J. Kalvoda, D. Arigoni et O. Jeger, *J. Amer. Chem. Soc.*, 80, 1958, p. 2905.

(5) F. Greuter, J. Kalvoda et O. Jeger, *Proc. Chem. Soc.*, 1958, p. 349.

(6) G. Cainelli, M. Lj. Mihailovic, D. Arigoni et O. Jeger, *Helv. Chim. Acta*, 42, 1959, p. 1124.

(7) J. von Euw, A. Lardon et T. Reichstein, *Helv. Chim. Acta*, 27, 1944, p. 821.

(8) H. Ruschig, *Chem. Ber.*, 88, 1955, p. 878.

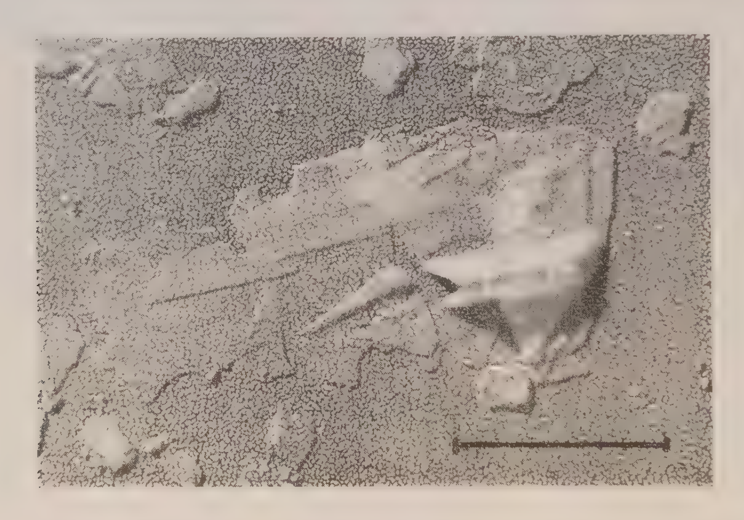
(9) J. Schmidlin, G. Anner, J. R. Billeter, K. Heusler, H. Ueberwasser, P. Wieland et A. Wettstein, *Helv. Chim. Acta*, 40, 1957, p. 2291.

(*Centre de Recherches Roussel-Uclaf.*)

MINÉRALOGIE. — *Étude en Microscopie et Microdiffraction électroniques de l'altération des cristaux de la kaolinite par une solution acide.* Note (*) de Mme **Agnès Oberlin** et M. **Cyril Tchoubar**, transmise par M. Jean Wyart.

L'étude de l'altération de la kaolinite par une solution à pH 2 a montré la formation de fireclay, mis en évidence par microdiffraction électronique.

Nous avons poursuivi l'étude de l'influence des facteurs physicochimiques du milieu suspensif sur l'altération de la kaolinite. Nous avons conservé la même méthode de percolations-dessiccations déjà utilisée précédemment ([1]), ([2]), ([3]). Dans le présent travail, la kaolinite a été traitée par



une solution d'acide sulfurique à pH 2. Le choix de l'acide et le pH de la solution nous ont été suggérés par les résultats obtenus lors d'observations faites sur le terrain. En effet, dans les terrains contenant des schistes pyriteux, les eaux de drainage se chargent d'acide sulfurique jusqu'à des pH de 2 environ ([4]). Pour tenter d'accélérer les transformations expérimentales, nous avons choisi la plus basse valeur de pH observée dans la nature. L'altération de la kaolinite a été poursuivie pendant plusieurs mois.

L'examen, au microscope électronique, des échantillons altérés par l'acide, montre qu'au cours du traitement, un grand nombre de microcristaux de kaolinite se présentent en lattes allongées parallèlement à l'un des côtés du pseudo-hexagone. De plus, certaines de ces particules présentent des fissures parallèles à l'allongement. Le terme final correspond à des particules très minces, plus ou moins allongées et n'ayant plus le faciès pseudo-hexagonal net du minéral de départ (*fig.* 1).

L'étude, en microdiffraction électronique, du stade final de l'altération, montre que certains diagrammes de monocristaux correspondent à du fireclay. Pour interpréter ces diagrammes, nous avons employé la méthode

de reconnaissance des minéraux phylliteux, exposée dans une Note précédente [5]. En effet, les distances entre taches peuvent être groupées par paires. Ceci, joint à l'existence d'un seul angle droit (l'angle entre les rangées réciproques [100] et [010]), permet déjà de conclure à la présence de fireclay. Une dernière confirmation est donnée par l'étude des intensités des taches des diagrammes. On constate que les taches *hk*0, où *k* est multiple de trois, sont renforcées, les autres étant pratiquement éteintes. Ces résultats correspondent à ceux obtenus par diffraction des rayons X [6]. Ceux-ci conduisent à des diagrammes Debye-Scherrer montrant la combinaison de réflexions *hk*0, où *k* est multiple de trois et d'une bande 02.. Ces faits traduisent l'existence, dans la structure, de feuillets glissés de $n\,(b/3)$ et de feuillets totalement désordonnés suivant *b*.

L'allongement des particules de kaolinite et de fireclay a été relié au réseau cristallin à l'aide des diagrammes de microdiffraction électronique. Nous avons constaté ainsi que ces deux minéraux sont toujours allongés suivant le paramètre *a*.

Le mécanisme de transformation de la kaolinite en milieu acide peut être rapproché du mécanisme d'action de l'eau pure [3]. Comme dans ce dernier cas, il est possible de supposer que le premier stade de l'altération est la tendance à la rupture des liaisons entre les feuillets, permettant à ceux-ci de glisser. On sait que les seuls types de glissements sont ceux conduisant, d'une part, à la métahalloysite (glissements désordonnés suivant *a* et *b*); d'autre part, au fireclay (glissements suivant *b*). Le premier type a déjà été observé dans l'attaque par l'eau. La différence essentielle, dans le cas étudié ici, est la présence d'un nombre élevé de protons. Il nous a paru possible d'admettre l'insertion de couches acides entre les paquets de feuillets successifs, maintenant une cohérence partielle dans l'édifice, c'est-à-dire limitant les possibilités de glissements par l'établissement de liaisons hydrogène lâches. Au cours du séchage, ces couches se désorbent et les feuillets se ressoudent. L'élimination progressive de l'acide permet la réorganisation mutuelle des feuillets suivant les directions où les liaisons O—OH peuvent se prolonger normalement, c'est-à-dire uniquement avec un glissement suivant *b*.

Dans ce travail, nous avons montré que l'apparition du fireclay est provoquée par une solution altérante acide. Ceci est à rapprocher des échantillons argileux de sols tropicaux, montrant l'association fréquente de la kaolinite et du fireclay.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) A. Oberlin et C. Tchoubar, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1624.

(2) A. Oberlin, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1658.

(3) A. Oberlin et C. Tchoubar, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 308.

(4) T. S. Lovering, *Econ. Geology*, Mon. 1, 1949.

(5) A. Oberlin et C. Tchoubar, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 3184.

(6) R. H. S. Robertson, G. W. Brindley et R. C. Mackenzie, *Amer. Miner.*, 39, 1954, p. 118.

GÉOLOGIE. — *Les rapports du Sidérolithique du Cher, daté Sonnoisien supérieur, avec le petit bassin tongrien de Gouzon (Creuse).* Note (*) de M. **Marc Deschamps**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Comparaison des faciès pétrographiques des sédiments gréso-arkosiques, argileux et sableux du bassin oligocène de Gouzon (Creuse) avec ceux du bassin de Deneuille-les Mines (Allier). Le substratum de ces bassins renferme des formations dinantiennes et stéphaniennes.

Vers l'Ouest et le Sud-Ouest du Massif Central, sur les feuilles au 80 000e d'Aigurande, d'Aubusson, de Guéret, de Confolens et d'Ussel, il faut noter des formations d'arkoses et d'argiles analogues dont l'âge ne peut être soupçonné que par continuité. L. de Launay en parle dans ses Notes sur « les terrains tertiaires de la Limagne bourbonnaise » (1). Ces terrains ont des aspects variés : près de Poumerolles et de Villesanges (Aubusson) dominent des sables argileux, des arkoses vertes et rouges. Le bassin de Gouzon apparaît à l'Ouest dans une cuvette bordée de porphyres (2), de roches cristallines et cristallophylliennes, où coexistent des sablons granitiques, des sables verdâtres, des fins cailloutis de quartz, des argiles sableuses grisâtres, dans lesquelles des veines de gypse apparaissent près de Boucherauds, avec des blocs d'arkoses silicifiées qui s'y associent. Sur le flanc nord du Massif Central, à Lavaud-Franche et Boussac, existent des formations du même genre avec des arkoses très développées à l'Ouest d'Argenton, qui se rattachent au Nord-Ouest à celles de la Brenne (3) et du Berry. Le Tongrien est ici une formation azoïque qui doit, d'après mes observations, se rattacher au Tertiaire de Montluçon. Les terrains qui le composent sont étroitement associés à la traînée dinantienne.

Une coupe relevée dans les sablières de Gouzon, donne de bas en haut :

— Socle cristallin et cristallophyllien.
— Argiles vertes et bariolées (15 m).
— Lits fins de grès ferrugineux avec des bancs blancs de 60 cm et des lentilles d'argiles blanches kaoliniques.
— Graviers et sables fins micacés.
— Bandes de sables ferrugineux rubanés, ocrés et limoniteux avec des quartz ferruginisés; argiles bleues et noires intercalées.
— Sables ferrugineux micacés avec des veines rouges de sables hématitiques.
— Sables noirs titanifères et manganésifères.
— Sables fins micacés grisâtres à stratification entrecroisée avec des lits sableux fins verdâtres.

Les sédiments qui composent la cuvette de Gouzon sont variés et multicolores. Les arkoses vertes y sont comparables sous le rapport pétrographique à celles de Deneuille-les-Mines.

1. *Arkoses vertes de Gouzon à plagioclases.* — Les minéraux métamorphiques sont abondants : grenats, épidote, zoïsite, rutile; à côté de ceux-ci on distingue des fragments d'anatexites schisteuses à nodules de silli-

manite, des micaschistes oligoclasiques à biotite, chlorite et actinote. La pâte arkosique verte, opalifère et chloriteuse renferme des minéraux clastiques anguleux, tels que quartz, séricite, albite, biotite en voie de chloritisation, de 0,5 à 1,1 mm. Dans les espaces des gros cristaux, on voit un mélange d'agrégats albitiques et oligoclasiques et des paillettes séricitcuses. Les plus importants minéraux sont représentés par des feldspaths (25 %) : orthoses albitisées, albite avec des fines inclusions écailleuses de séricite, lesquelles sont le plus souvent localisées dans la pâte, enrobent les macrocristaux et en dessinent les contours. A côté de l'orthose coexistent des petits fragments de microclines. Des quartz de micaschistes à muscovite (45 %) sont abondants dans le ciment et fournissent à celui-ci les nombreux micas qui lui confèrent une véritable texture phylliteuse. D'autres galets anguleux de micaschistes oligoclasiques à 13 % d'anorthite et de gneiss à deux micas sont noyés dans un ciment concrétionné et fortement opalifère; certains microgalets subarrondis de 2 mm de diamètre représentent des gneiss supérieurs à oligoclase (An 25 à 30 %) issus du complexe schisto-cristallin de Vesneiges, Lascaux et des granites d'anatexie d'Evaux-les-Bains. Autour des cristaux d'albite s'associent des concrétions globulaires d'opale de 0,5 mm, avec une concentration notable d'éléments chloritoïdes. Des grains microscopiques de rutiles et des tourmalines authigènes se développent dans la matrice où souvent les plagioclases sont en voie de disparition. L'épigénie complexe d'un cristal d'albite montre que ses contours sont encore respectés et l'on peut le deviner au sein du ciment par la présence de particules microcristallines associées, comme kaolinite, séricite (30 %), quartz cryptocristallins; microcalcédonite, chloritoïde, phyllite jaune verdâtre et membraneuse. Des masses amorphes d'indice 1,44 présentent localement des aires microcristallines avec des inclusions micacées et ferrugineuses.

2. *Arkoses grises et vertes à feldspaths blanc nacré de Deneuille-les-Mines.* — Il s'agit d'une arkose et de roches arkosiques à orthoses et à albites, à ciment séricíteux, phylliteux et chloriteux avec des biotites; cet ensemble est traversé par des filonnets d'argilites rouges et de calcédonite beige et blanche. Ces arkoses prennent, en quelque sorte, racine dans le socle de granite à porphyroblastes d'orthoses roses. La pâte quartzo-micacée, kaolinique, opalifère, montre des belles concrétions composées d'oxydes et d'hydroxydes ferriques. La limonite colloïdale se cristallise en fibres orientées de goethite. Les cristaux clastiques d'albite, blancs porcelaniques présentent environ 5 % d'anorthite. Ils forment un quadrillage à 79° sur le plan (010) et montrent une extinction moirée; les deux macles albite et péricline sont entrecroisées. Ce matériel quartzo-feldspathique coexiste avec des galets de roches granitiques à orthose, albite et andésine, des granites porphyroïdes à biotites et des grands cristaux d'orthoses et de microcline : des microgalets de grès fin pélitique à ciment d'opale, matériel issu des formations stéphaniennes voisines. La cordiérite du

granite est souvent altérée et transformée en chlorite et séricite. De nombreux minéraux métamorphiques parsèment le ciment et ont été empruntés à une zone de micaschistes inférieurs à biotite et de micaschistes supérieurs à séricite, chlorite, phyllite et albite. Les quartz portent des phyllites qui se retrouvent dans le ciment sous forme d'illite, de kaolinite, de phyllite rouge et jaune. Des biotites tordues et chloritisées sont souvent associées à des agrégats orthosiques, dans lesquelles elles sont moulées. La matrice est chlorito-argileuse et microcristalline; des minéraux authigènes y apparaissent comme des biotites, chlorites, orthoses et quartz. Les zircons assez nombreux polarisent encore dans les teintes vives. L'opale constitue des noyaux et des petites concrétions donnant des figures de fausses croix noires en lumière convergente. Des paquets de micas blancs et de séricite enveloppent les quartz qui forment tantôt des grains lenticulaires ou des fragments à extinction onduleuse avec des bords crénelés et des inclusions aciculaires de sillimanite, tantôt des fragments en agrégats quartzitiques ou à texture schistoïde par tectonisation. Dans certains cas on observe la disparition complète de la biréfringence du minéral.

Conclusions. — Il y a lieu de considérer comme équivalentes ces formations que la légende de la carte géologique de France distingue. On passe progressivement des faciès kaolineux-arkosiques de Deneuille aux faciès kaolineux-sableux de Gouzon, par l'intermédiaire de lambeaux d'argilites et d'arkoses cristallines placées sur les crêtes de Lavaud-Franche et de Boussac, où dominent des argiles marbrées de teintes variées, blanches, rouge vif et ocre jaune, durcies par la silice ou mélangées aux sables et aux graviers.

Les minéraux clastiques reconnus dans ces roches reflètent fidèlement la lithologie du continent érodé.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) *Bull. Serv. Cart. géol. Fr.*, 26, n° 147, 1922, p. 12 et 13.

(2) L. de Launay, *Bull. Soc. géol. Fr.*, (3), 21, 1887-1888, p. 84.

(3) *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 2167.

(*Laboratoire de Sédimentologie, Faculté des Sciences, Paris.*)

GÉOLOGIE. — *Extension du Tournaisien dans la région de Taouz et dans le Sud du Tafilalt (Maroc).* Note (*) de M. **Henri Hollard**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Des schistes à *Protocanites* montrent l'existence du Tournaisien dans le Sud du Tafilalt et permettent de paralléliser les séries de cette région avec celles, plus occidentales, du Maïder. Ses rapports avec la série infraviséenne sont précisés. Les éléments d'une paléogéographie tournaisienne sont donnés.

Au cours des recherches sur la stratigraphie du Carbonifère dans la région de Taouz, effectuées en avril 1959 en compagnie de MM. J. Agard et B. Owodenko, la découverte de gisements de goniatites tournaisiennes dans les schistes d'El-Atrous (à 11,5 km au Nord-Ouest de Taouz, feuille Taouz au 1/200 000e, coord. Lambert, Sud-Maroc, $x = 624,1$; $y = 444$) a permis de vérifier l'hypothèse de l'extension du Tournaisien dans la région de Taouz, émise lors de la découverte de *Gattendorfia* dans le Maïder [1].

Les gisements se trouvent dans une série qui constitue le flanc sud d'un long et étroit synclinal d'axe est-ouest, s'étendant à partir de l'oued Ziz, un peu au Nord de Taouz, jusqu'au voisinage de l'oued Rheris. La partie gréseuse de cette série (*grès du jbel Ouaoufilal*) dessine une crête monoclinale à pendage nord ou nord-est qui enveloppe les séries dévonienne, silurienne et ordovicienne du jbel Tadaout.

La coupe levée au-dessus des calcaires du Dévonien supérieur, datés dans les coupes voisines et atteignant la zone à *Oxyclymenia*, est la suivante, de bas en haut :

1. Puissante série schisto-gréseuse psammitique, se chargeant en bancs gréseux vers le haut et passant en continuité au terme suivant (250 à 300 m);
2. Grès-quartzites du jbel Ouaoufilal, lités, à *ripple-marks* et à stratification entrecroisée, à cassure gris verdâtre, à patine brun-noir, contenant de volumineuses lentilles de grès massifs brun rougeâtre, formant les crêtes du jbel Ouaoufilal et d'El Atrous (100 m);
3. Schistes argileux gris clair à petits nodules plats, renfermant parfois des concrétions en *septaria* et des lits à *cone-in-cone* rouges; la puissance de ces schistes, qui constituent le remplissage du synclinal, n'a pas pu être mesurée ici, mais c'est vers leur base que se trouvent les goniatites des gisements d'El-Atrous, dans les petits nodules plats, gris clair, siliceux.

La plupart des fossiles appartiennent à une espèce du genre tournaisien *Protocanites* qui se rapproche beaucoup de *P. algarbiensis* Pruvost, du Tournaisien du Portugal, dont elle ne semble différer que par des flancs un peu plus arrondis. Plusieurs *Imitoceras subbilobatum* (Münster), identiques à ceux qui accompagnent les *Gattendorfia* du Maïder et du Drâa, et un fragment attribuable à *Gattendorfia* indiquent le Tournaisien inférieur. Mais nous avons trouvé aussi un *Pericyclus* gr. *princeps* (de Koninck), genre et espèce n'apparaissant qu'au Tournaisien supérieur. Cela pourrait

faire penser à l'apparition précoce de cette espèce dans le Tafilalt, si l'on pouvait affirmer que le niveau dont elle provient est strictement le même que celui de la *Gattendorfia* et d'*Imitoceras subbilobatum*, ce que la présentation du gisement ne permet pas, les nodules n'ayant pas été récoltés exactement en place et les schistes étant plus ou moins froissés au voisinage d'une faille.

Quoi qu'il en soit, les schistes argileux à petits nodules plats (terme 3 de la coupe) appartiennent au Tournaisien et leur base est l'équivalent latéral des couches à *Gattendorfia* du Maïder.

La série du jbel Ouaoufilal (termes 1 et 2) n'a livré jusqu'à présent qu'une maigre faune de *Chonetes* peu caractéristiques, mais sa position stratigraphique et son faciès en font l'équivalent des schistes et des grès d'Aguelmous-n-ou-Fezzou du Maïder, attribués à la base du Tournaisien [1]. Au Nord-Est de Taouz, autour des anticlinaux à cœur dévonien de Rich Znaïgui et de Mefis et, au Nord, le long de la rive droite de l'oued Ziz, affleure une série schisto-gréseuse identique à celle du jbel Ouaoufilal succédant aussi aux calcaires des zones supérieures du Famennien. L. Clariond, y voyant l'équivalent des schistes d'Erfoud, l'avait attribuée au Viséen inférieur transgressif. Cependant des levés détaillés sur le nouveau fond topographique de Taouz m'ont permis de constater que la série des grès était toujours subordonnée à des schistes gris clair à nodules et concrétions rouges, semblables à ceux qui accompagnent les schistes tournaisiens à *Protocanites* d'El-Atrous. Ces schistes n'ont pas livré d'autres fossiles, mais ils se trouvent à leur tour sous une série de schistes gris sombre avec lits de calcaires ferrugineux, s'enrichissant peu à peu en calcaires crinoïdiques vers le Sud et passant latéralement aux schistes et aux calcaires récifaux du jbel Begaa dont l'âge viséen inférieur, connu depuis longtemps [3], a été confirmé par les excursionnistes du 19e Congrès géologique [2] qui ont découvert dans les schistes des goniatites de cet âge (déterminées par O. H. Schindewolf). Les schistes et les grès du Rich Znaïgui, de Mefis ou de la rive droite du Ziz sont donc de même âge que ceux du jbel Ouaoufilal. Il en est de même de ceux qui, autour du jbel Begaa, affleurent au-dessous du Viséen inférieur et succèdent aux calcaires rouges de la zone V du Dévonien supérieur. L. Clariond les avait cartographiés en Famennien, tout en admettant la possibilité de la présence du Tournaisien au sommet de leur série [2]. Les géologues d'Algérie, présents à l'excursion du Congrès, avaient d'ailleurs souligné les étroites affinités des grès avec ceux qu'on attribue au Strunien à 150 km au Sud-Est du jbel Begaa, dans la Saoura [2].

Vers le Nord, en direction du Tafilalt *s. s.*, le Tournaisien diminue progressivement de puissance vers le Nord et l'Est. On peut lui attribuer les quelques dizaines de mètres de schistes verts intercalés de grès fins qui succèdent aux derniers calcaires dévoniens et sont l'équivalent des schistes et des grès du jbel Ouaoufilal (termes 1 et 2). Dans le Tafilalt *s. s.*

(région des palmeraies) les couches attribuées au Tournaisien marin continuent à perdre de la puissance vers le Nord et ne sont connues qu'au Sud du parallèle Erfoud. A Erfoud même, les schistes gris du Viséen inférieur (gisements de la « butte d'Erfoud ») reposent directement sur les calcaires dévoniens. Il est donc probable que la mer tournaisienne, venue du Sud, n'a pas atteint Erfoud au Nord, de même que, plus à l'Est, elle n'a pas atteint la région de Colomb-Béchar ([5]), ce qui permet de confirmer l'hypothèse d'une terre émergée dans cette région et d'en préciser le rivage Sud-Ouest.

Par contre, le Tournaisien marin à goniatites, faisant suite au Dévonien supérieur, est connu tant vers l'Ouest et le Sud-Ouest (Maïder et région du Coude du Drâa) ([1]), ([4]) que vers le Sud-Est [dans le Gourara, à 400 km de Taouz ([6])]. Dans la Saoura, C. Pareyn ([7]) considère la série argileuse d'Olad-bou-Hadid comme un faciès lagunaire du Tournaisien inférieur. La description qu'il en fait rappelle les faciès à concrétions rouges et à *cone-in-cone* de la région de Taouz. Il semble évident que des relations très faciles existaient entre les différents points où les dépôts marins du Tournaisien ont été reconnus, ce qui semble exclure l'hypothèse ancienne d'une terre émergée sur l'emplacement actuel de l'Ougarta ([8]).

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) H. Hollard, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 792.

([2]) *XIX*e *Congr. géol. int.*, Alger, 1952; *Compte rendu des excursions au Maroc*, sér. Maroc n° 16, p. 60, 62.

([3]) G. Delépine, *Bull. Soc. Géol. France*, 5e série, 9, 1939, p. 97-104.

([4]) H. Hollard, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 2651.

([5]) P. Deleau, *XIX*e *Congr. géol. int.*, Alger, 1952, Monogr. région., 1re série.

([6]) A. Meyendorff, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 199 et 209, 1939, p. 228.

([7]) C. Pareyn, *Les massifs carbonifères du Sahara sud-Oranais, Thèse*, 1957 (sous presse).

([8]) E. Roch, *Notes et M. Serv. géol. Maroc.*, n° 80, 1950.

(*Service géologique du Maroc, Rabat.*)

OCÉANOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Au sujet des perfectionnements apportés à l'étude de la lumière diffusée par des échantillons d'eau de mer, et des résultats ainsi obtenus au large de Monaco.* Note (*) de M. **Alexandre Ivanoff**, présentée par M. Maurice Fontaine.

Le nouvel appareillage consiste en bouteilles à prélèvement spéciales, en verre, qui, après prélèvement et sans être ouvertes, sont introduites elles-mêmes dans l'appareil de mesure. Les résultats ainsi établis sont assez bien reproductibles. On présente ceux qui ont été obtenus au large de Monaco en avril, en août, et en novembre 1959.

L'étude des propriétés diffusantes et polarisantes d'échantillons d'eau de mer prélevés à l'aide de bouteilles à renversement classiques puis transvasés dans un diffusiomètre ([1]) a fourni des résultats assez dispersés

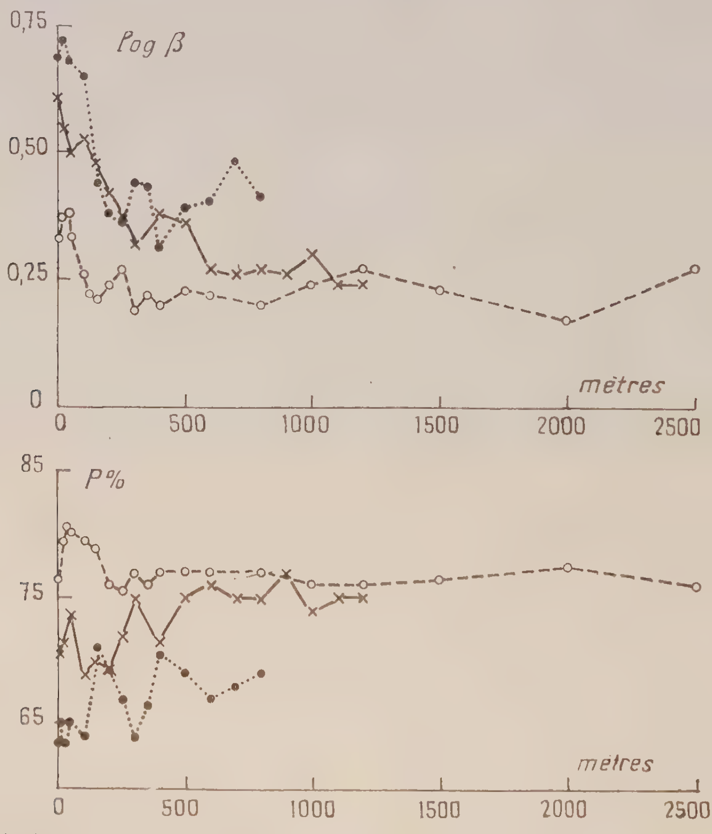
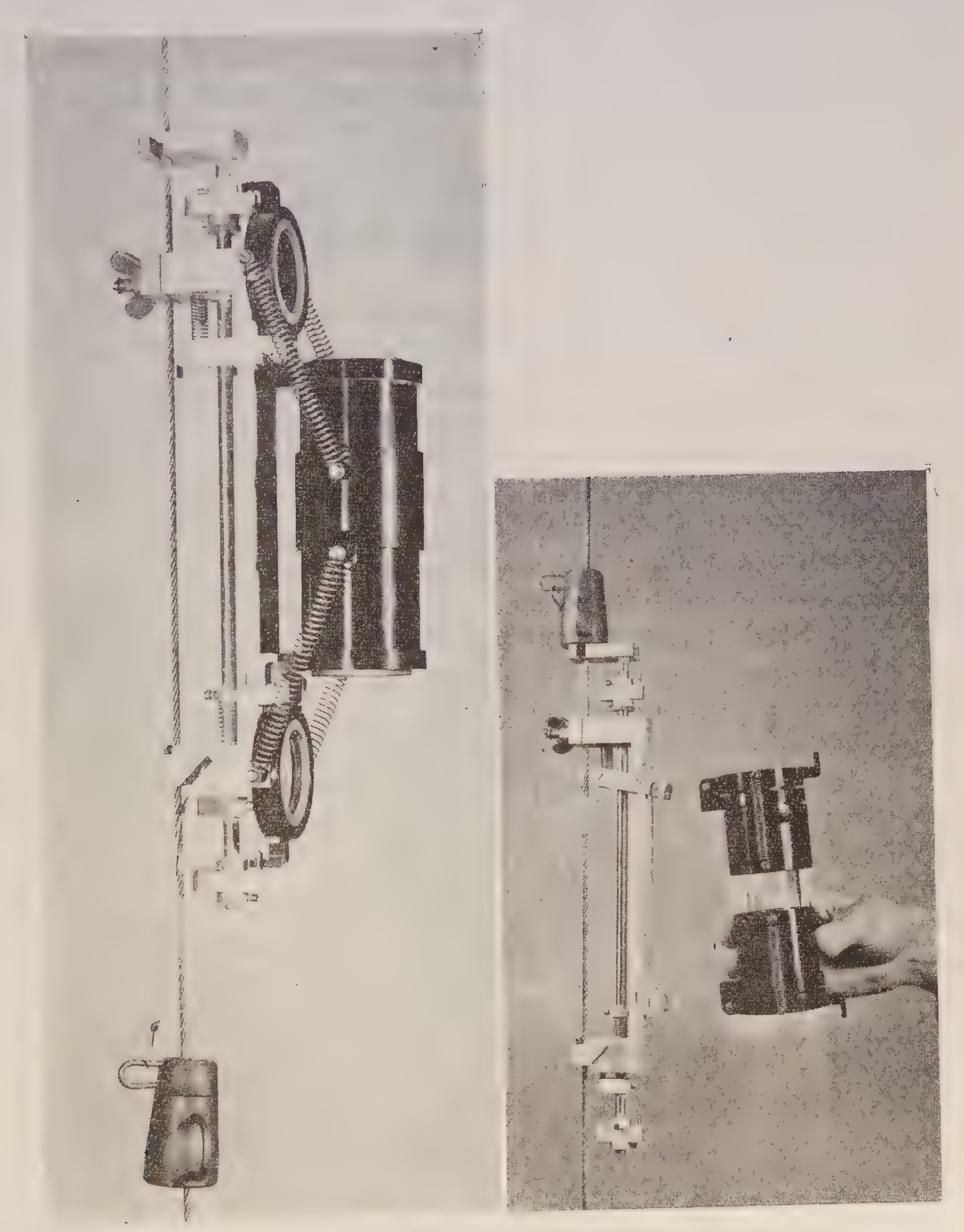


Fig. 1. — Résultats moyens obtenus au large de Monaco en avril 1959 (traits pleins joignant les croix) et en novembre 1959 (traits en pointillé joignant les cercles pleins), ainsi que résultats moyens obtenus entre Monaco et la Corse en août 1959 (traits discontinus joignant les cercles). En abscisses la profondeur en mètres, en ordonnées d'une part le logarithme décimal du coefficient de diffusion β à angle droit du faisceau incident, et d'autre part le taux de polarisation p % de la lumière diffusée. $\log \beta = 0$ correspond sensiblement à de l'eau optiquement pure, c'est-à-dire ne présentant que de la diffusion moléculaire.

et peu dignes de confiance [2], par suite des nombreux phénomènes parasites intervenant dans une telle technique : altération et contamination des échantillons par transvasement et par élévation de température, formation de buée, précipitation des particules en suspension pendant les



Phot. 1. Phot. 2.

Photographie 1. — Bouteille à prélèvement pour l'étude de la lumière diffusée par des échantillons d'eau de mer. Une monture métallique entoure le tube en verre, de 15 cm de long sur 4 cm de diamètre.

Photographie 2. — Bouteille à prélèvement remplie d'eau à la profondeur voulue et enlevée de son support. On a dégagé, en vue de la mesure, la partie médiane du tube en verre.

mesures, etc. Afin de réduire ces effets parasites dans la mesure du possible, nous avons conçu un nouvel appareillage, déjà brièvement décrit par ailleurs ([3]), se composant essentiellement de bouteilles à prélèvement spéciales, en verre, qui, après prélèvement et sans être ouvertes, sont introduites elles-mêmes dans l'appareil de mesure, à l'intérieur duquel elles se trouvent baignées par de l'eau à température ambiante pour éviter toute formation de buée, et sont mises en rotation autour de leur axe pour empêcher la précipitation des particules en suspension. La photographie 1 représente une telle bouteille ouverte et en place sur son support, prête à être descendue à la profondeur voulue. La photographie 2 représente la bouteille fermée et enlevée de son support, prête à être introduite dans le diffusiomètre.

Cet appareillage a été utilisé successivement en avril 1959 au large de Monaco, en mai 1959 dans la baie de Naples ([4]), en août 1959 entre Monaco et la Corse, en novembre 1959 au large de Monaco et de Villefranche-sur-mer, et divers perfectionnements purent être apportés ([5]). La dispersion des résultats obtenus à une profondeur donnée ne dépasse généralement plus ± 10 %, pour plusieurs séries de mesures effectuées dans une région déterminée à quelques heures d'intervalle.

La figure 1 fournit les résultats moyens obtenus au large de Monaco (par 1 000 à 1 500 m de fond) en avril et en novembre 1959, ainsi que les résultats moyens obtenus entre Monaco et la Corse en août 1959.

On voit que les eaux de surface (jusqu'à une centaine de mètres de profondeur) sont nettement plus riches en particules en suspension; en avril et surtout en août, le taux de polarisation de la lumière diffusée augmente vers 30 à 50 m de profondeur, ce qui probablement correspond à la présence d'un phytoplancton de forme sphéroïde. Par ailleurs on remarquera une légère augmentation du coefficient de diffusion (accompagnée d'une diminution du taux de polarisation de la lumière diffusée) vers 250 m de profondeur en août, vers 300 m de profondeur en novembre, vers 400 m de profondeur en avril; c'est à ces profondeurs qu'on rencontre l'eau méditerranéenne dite « intermédiaire », présentant un léger maximum de salinité et de température.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 2636.

([2]) *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 3492.

([3]) *International Oceanographic Congress*, Preprints, Washington D. C., 1959, p. 553-555.

([4]) *Pubbl. Staz. Zool. Napoli*, 31, nº 1, 1959, p. 33-43.

([5]) L'appareillage et les résultats obtenus seront prochainement décrits en détail dans les *Cahiers Océanographiques*.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les fronts froids générateurs de microséismes.* Note (*) de M. **Jean Lacaze**, présentée par M. Charles Maurain.

1. J'ai déjà fait connaître ([1]) les détails de cartographie météorologique qui permettent de distinguer les fronts froids générateurs de microséismes définis.

Une étude élémentaire ([2]) fait penser que de tels fronts doivent être très fortement surplombants.

Les cartes d'altitude de la Météorologie Nationale permettent de le montrer si l'on ne prend en considération que les températures réelles lors des passages des fronts en question sur les frégates. On constate que la masse froide qui constitue le surplomb est, en haute mer, repérable jusqu'à, au moins, l'altitude de 500 mbars. On voit ensuite, à partir des tracés des synopticiens, que l'avancée du surplomb est de l'ordre de 200 km, tandis que le surplomb éventuel pour un front froid non « caractérisé au sol » est synoptiquement non décelable.

2. *a*. Il est bien connu qu'à l'approche des côtes, il y a « renforcement » des fronts. L'étude des microséismes montre que ce renforcement peut se traduire par une « caractérisation au sol » mais ce n'est pas une loi générale.

b. Par contre, il y a souvent caractérisation lorsque le front froid arrive sur mer après franchissement d'une île suffisamment étendue (Irlande), ou d'un relief suffisamment important (Écosse).

L'effet *a* et l'effet *b* peuvent se combiner jusqu'à donner un surplomb aussi net qu'en 1 : le réseau important de radiosondages de l'Écosse et du Sud de la Norvège permet de le montrer, mais c'est un cas très favorable.

Si l'effet *b* agit seul, on sait déjà ([3]) que l'altitude atteinte par le surplomb est très inférieure à la précédente.

3. En haute mer, l'apparition d'un front froid « caractérisé au sol » est concomittante du creusement de l'ondulation ou du centre dépressionnaire auquel il est lié (plus précisément la « caractérisation » du front et le creusement du minimum de pression ont lieu avec un décalage inférieur à 6 h), lorsque ce creusement est suivi, dans les 12 h, de la formation d'une cheminée de basse pression, d'échelle synoptique, partant du sol, dépassant l'altitude de 500 mbars, pratiquement verticale, et ne se comblant pas par la base. Je n'ai pas étudié cet effet sur les terres ou près des côtes.

4. Les résultats précédents portent sur la période du 1er avril 1957 au 31 mars 1958 et concernent l'Atlantique Nord. On a relevé 136 fronts froids « caractérisés au sol »; 84 illustrent 3; 32, 2 *a*; 37, 2 *b*. Dans 32 cas, on peut faire appel à l'écoulement d'air froid à partir d'un continent (phénomène très net au Sud de Terre-Neuve). 3 est pur pour 31 fronts.

5. De nombreux chercheurs essaient actuellement de réunir des données

améliorant la connaissance physique des fronts froids. En particulier, Reed et ses collaborateurs ([4]) ont établi l'existence de frontogénèse par très forte subsidence d'air froid sec pouvant être d'origine stratosphérique. De tels fronts peuvent traverser toute la troposphère et se distinguent nettement des fronts de basses couches. Cependant, leur parenté hydrodynamique apparaît lorsqu'il y a, pour les seconds, subsidence d'air froid après franchissement d'un relief important; le surplomb peut être alors du même ordre qu'en 1 ([5]).

Au point de vue physique, les fronts froids « caractérisés au sol » se présentent donc comme des courants de densité rebondissant sur le sol (ou la surface de la mer). Il est remarquable qu'on retrouve ainsi à l'échelle synoptique une idée de Combier ([6]) relative aux murs de sable, liés dans les déserts aux courants descendants issus des cumulonimbus.

L'étude des observations relatives au mur de sable montre déjà que le frontogénèse n'est pas due au « tourbillon », mais constitue l'une des causes de son apparition; de même, les schémas hydrodynamiques de Kaschmieder ([7]) ou Berson ([3]) ne peuvent concerner que des phénomènes postérieurs à la frontogénèse proprement dite.

6. Je n'ai pas trouvé jusqu'ici dans la littérature de références applicables à 3.

La Météorologie Nationale, et spécialement son Directeur Général, M. A. Viaut, m'ont permis d'approfondir cette question.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) *Cahiers Océanographiques*, 11, 1959, p. 3.

([2]) *La Météorologie*, 4e série, no 54, 1959.

([3]) F. A. Berton, *Quart. J.*, 84, 1958, p. 359.

([4]) R. J. Reed et E. F. Danielsen, *Archiv für Meteorologie*, Geophysik und Bioklimatologie, série A, 11, 1959, p. 1.

([5]) T. Fujita, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 39, 1958, p. 11.

([6]) *Mémorial Météorologie Nationale*, no 35.

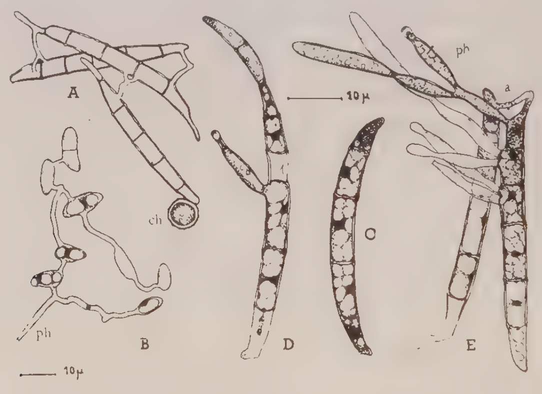
([7]) *Meteorologische Zeitschrift*, 59, 1942, p. 9.

MYCOLOGIE. — *Anastomoses végétatives et sporogénèse accélérée chez une souche de* Fusarium javanicum *Koorders.* Note de Mme **Jacqueline Nicot**, présentée par M. Roger Heim.

Des anastomoses végétatives sont fréquemment observées sur le trajet des filaments mycéliens des champignons, où elles revêtent des significations diverses. De semblables relations ont été parfois signalées entre les éléments reproducteurs de Micromycètes imparfaits, ou chez les formes-levures d'Ustilaginales; elles résultent alors le plus souvent, non de l'affrontement de spores préformées, mais de bourgeonnements successifs d'une spore élémentaire, comme l'a récemment établi Cl. Rigollot dans le cas des pycnioconidies du *Peyronellæa glomerata* (1). A plusieurs reprises, nous avons isolé du sol des souches de *Fusarium* appartenant à diverses espèces des groupes *Elegans* et *Martiella* (*F. oxysporum* et *F. javanicum* dans des sols de vanilleraies à Madagascar, *F. solani* en sol de forêt en Thaïlande), et caractérisées par l'abondance et la multiplicité des liaisons entre conidies mûres, qu'on trouve associées en chaînes complexes de deux à six éléments ou plus. Nous avons pu suivre l'apparition et le développement de ces anastomoses dans les cultures d'un *Fusarium javanicum* Kds. qui recouvrait d'une moisissure blanchâtre des fragments d'écorce malade d'*Hevea* récoltés par Roger Heim dans les plantations de Tiup (Cambodge), appartenant à la Société des Terres Rouges.

En culture sur gélose à l'extrait de malt, le développement du champignon est rapide et sa sporulation précoce. Il apparaît successivement deux types de phialospores : d'abord, sur tout le mycélium aérien, des *microconidies* uni- ou plus rarement bicellulaires; puis, dès le 6e jour, des *macroconidies* groupées en coussinets crémeux ou *pionnotes*. Elles sont fusoïdes, divisées par quatre ou cinq cloisons transversales en cellules uninucléées; les deux cellules distales : le pied, nettement différencié, et le bec atténué, plus ou moins recourbé en crochet, contiennent un cytoplasme dense, finement granuleux, et un noyau volumineux; les segments intermédiaires, plus clairs, sont vacuolisés et leur noyau, fortement coloré par le bleu C 4 B lactique, est de taille légèrement plus petite (*fig.* C). Dans les cultures âgées de 6 à 8 semaines, la sporulation est encore très active, mais les macroconidies antérieurement formées se sont accumulées et peu à peu vidées de leur contenu cytoplasmique. Ces spores sénescentes sont réunies par de nombreuses anastomoses simples ou ramifiées et portent des *chlamydospores* à contenu dense, fortement chromophile, qui prennent naissance, soit par enkystement d'une des cellules de la spore, soit, le plus souvent, par un bourgeonnement apical ou latéral (*fig.* A). C'est dans ces cultures parvenues à maturité, où coexistent les trois types d'éléments reproducteurs caractéristiques de l'espèce : microconidies, macroconidies

et chlamydospores, que nous avons pu observer les macroconidies aux différents stades de leur évolution, et suivre la genèse des anastomoses sporales. Elles résultent de l'affrontement et de la coalescence des extrémités de courts filaments germinatifs issus de deux conidies proches; chacune des cellules de la spore peut émettre un tel filament; toutefois la germination est plus fréquente au niveau des cellules distales, à cytoplasme plus dense. Lorsque des tubes germinatifs sont émis par deux segments contigus d'une même spore, ils convergent souvent pour s'unir à un même filament provenant d'une spore voisine, et former ainsi un « pont » ramifié (*fig.* A). Le développement de ces rameaux télémorphiques s'accompagne d'une vacuolisation progressive des cellules des spores qui dégénèrent, tandis que le cytoplasme se condense dans les seuls éléments, en place ou néoformés, différenciés en chlamydospores.



Fusarium javanicum. A, anastomoses multiples entre spores âgées; B, chaîne de microconidies; C, structure d'une macroconidie adulte; D, bourgeonnement d'une phialide et d'une spore secondaire sur une macroconidie; E, un système complexe de phialides et d'anastomoses (*a*, anastomose; *ch*, chlamydospore; *ph*, phialide).

Concurremment à l'apparition des anastomoses nous avons pu observer, dans des cultures encore vigoureuses, un phénomène non moins intéressant. Certaines spores émettent un ou plusieurs bourgeons qui se différencient immédiatement en phialides typiques, simples ou ramifiées, parfaitement fonctionnelles; parfois la cellule apicale se comporte elle-même comme un élément sporogène (*fig.* D et E). On assiste ainsi à un raccourcissement remarquable du cycle reproducteur du champignon, les spores donnant directement naissance à d'autres spores, sans interposition d'un thalle végétatif. Cette sporogénèse s'accompagne, ici encore, de la vacuolisation et de la dégénérescence des cellules non intéressées par le phénomène et dont les réserves migrent, vraisemblablement, vers les segments actifs de la conidie. Notons enfin qu'anastomoses et cellules sporogènes peuvent se former, exceptionnellement, à un stade plus précoce, à partir des microconidies; les phialides, minces et droites, offrent alors les caractéristiques de l'appareil microconidien typique (*fig.* B).

Nous n'avons pas tenté de préciser le déterminisme, intrinsèque ou extrinsèque, de ces phénomènes. Nous avons pu constater cependant qu'ils sont fonction du milieu de culture : sur des substrats pauvres, tels que le moût de maïs ou même l'eau faiblement gélosée, les cultures sont moins vigoureuses, la sporulation moins active, mais le raccourcissement du cycle de sporogénèse et les associations sporales se manifestent plus précocement. La signification biologique des faits ici mentionnés nous apparaît ainsi évidente. A une phase d'utilisation active du milieu nutritif, caractérisée par la formation abondante et accélérée d'éléments reproducteurs, succède l'épuisement; les ponts cytoplasmiques établis entre les spores surabondantes et vouées à la dégénérescence facilitent alors la circulation de la substance vivante et sa mise en réserve dans les chlamydospores durables. Il est remarquable que toutes les souches où il nous a été donné d'observer ces phénomènes provenaient de sols tropicaux, où les conditions climatiques favorisent le développement explosif de la microflore du sol, à la suite d'un apport fortuit de déchets organiques, et l'épuisement rapide de ce substrat.

Nous soulignerons enfin l'intérêt taxinomique que présente l'observation de la sporogénèse accélérée chez ce *Fusarium*. La transformation de la cellule apicale en élément sporogène (*fig.* D) donne l'apparence d'une courte chaîne de spores chez une espèce qui, normalement, n'en forme pas. Nous retrouvons des figures analogues chez quelques Dématiées propres aux sols désertiques; de courtes chaînes sont également signalées chez plusieurs espèces d'*Helminthosporium* graminicoles. Il n'y a pas lieu pour autant de créer pour ces espèces des dénominations génériques nouvelles. C'est pourquoi nous ne souscrivons pas sans réserve à l'attribution au genre *Alternaria* des *Stemphylium* du type *consortiale* qui, à côté de spores normales de forme plus ou moins ovoïde, produisent de courtes chaînes de conidies claviformes. La présence ou l'absence de spores caténées, qui marque sans doute une étape dans l'évolution des formes, peut être un caractère commode de détermination; elle ne nous paraît pas un critère *suffisant* pour l'établissement de coupures génériques.

(1) *Dipl. Et. Sup. Sc.*, Paris, 1959.

(*Laboratoire de Cryptogamie du Muséum National d'Histoire Naturelle, Paris.*)

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *La cellule tétraédrique de l'apex de la tige de* Polypodium vaccinifolium Willd. *n'est qu'une cellule épidermique.* Note (*) de MM. **Maurice Hocquette** et **Lilian Laloux**, présentée par M. Roger Heim.

Chez les Filicinées *Leptosporangiatæ* il n'y aurait normalement à l'apex de la tige qu'une cellule initiale. Elle est tétraédrique, superficielle et se cloisonne parallèlement à ses trois faces internes. Pour la plupart des auteurs elle a un rôle primordial puisque, d'elle, dérivent tous les tissus de l'organe; par son activité elle est l'unique et essentiel élément méristématique et il existe une relation absolue entre sa segmentation, l'histogenèse et l'organogenèse. Cependant, certains, Wardlaw ([1]) en particulier, considèrent que la cellule apicale n'est que le composant principal d'un tissu, bien caractérisé et fondamental en raison de la destinée de ses cellules, le méristème terminal; c'est alors à partir de ce dernier que se produit la différenciation.

L'étude cytologique de l'apex de la tige de *Polypodium vaccinifolium* Willd. montre que la cellule tétraédrique (65 × 60 μ environ) à cytoplasme relativement abondant, possède un noyau volumineux (32 × 15 μ environ). Un reticulum net s'observe à sa périphérie; le centre est occupé par cinq ou six gros nucléoles groupés en une masse muriforme; le suc nucléaire est très chromophile. Le noyau des cellules épidermiques qui coiffent le sommet offre la même structure, mais il y a correspondance entre son volume (10-40 × 3-10 μ diam.) et celui de la cellule (13-70 × 5-20 μ).

Sous l'épiderme sommital (cellule apicale incl.) le noyau des cellules présente des caractères différents. Son volume est important (17 × 8 μ environ) par rapport à celui de la cellule (23 × 10 μ environ) dont il occupe une grande partie; le suc nucléaire est faiblement chromophile; le reticulum comporte de nombreuses anastomoses, les granulations nodales sont bien marquées et certaines mailles sont régulièrement disposées en file. Les nucléoles, petits, sont généralement au nombre de deux ou trois, rarement quatre. A partir de l'apex, au fur et à mesure que les cellules s'en trouvent plus éloignées, le rapport du volume du noyau à celui de la cellule diminue rapidement et en même temps les masses nucléolaires augmentent de taille et de nombre (4 à 400 μ du sommet; 4-5 à 500 μ; 6-8 à 700 μ; jusqu'à 13 à 1500 μ); des bourgeonnements de nucléole peuvent être observés. Ainsi le noyau interphasique des cellules d'un méristème court (150 μ environ comptés suivant l'axe) où les divisions se montrent nombreuses à toutes les heures de la journée, se transforme progressivement mais vite en noyau quiescent.

Le noyau de la cellule tétraédrique de l'apex de la tige offre les caractères d'un noyau quiescent. Les divisions y sont excessivement rares aussi

bien la nuit que le jour (des fixations ont été faites à plusieurs reprises toutes les heures pendant 24 h) guère plus fréquentes, semble-t-il, que dans l'épiderme où les noyaux se présentent de la même façon. La cellule apicale ne se distingue de celles de l'épiderme que par sa forme et sa taille. On ne peut donc la considérer comme une cellule, et unique cellule, d'induction, lui attribuer tout le potentiel de la genèse des tissus et des organes. Elle apparaît comme une cellule épidermique de forme spéciale; la clef de voûte de l'apex. C'est au méristème sous-jacent, peu volumineux, que revient la majeure partie de l'activité apicale.

A l'extrémité des racines adventives la cellule tétraédrique se cloisonne suivant ses quatre faces; les cellules qui proviennent de divisions parallèles à la base donnent la coiffe. Cette initiale se distingue des cellules avoisinantes (22 × 11,5 μ environ) par un volume beaucoup plus important : 47 × 32 μ environ; son noyau aussi : 37 × 21,5 μ environ (dans les cellules méristématiques, 17 × 8 μ environ). Ce noyau est un noyau interphasique montrant, compte tenu du volume, les caractères précédemment donnés pour les noyaux méristématiques de la tige. Les divisions sont rares. Pour une trentaine de pièces on n'a compté que deux mitoses (une fin de télophase à 21 h, un tassement polaire à 0 h). Elles sont tout de suite beaucoup plus nombreuses dans les cellules accolées à la tétraédrique et qui en sont issues. Ces dernières forment un méristème dont les cellules évoluent très rapidement à la pointe en donnant la coiffe et rapidement au-dessous en se différenciant en divers tissus. Le méristème radiculaire est peu développé mais les figures de divisions sont abondantes.

La cellule tétraédrique apparaît donc comme n'ayant pas la même valeur à l'extrémité de la tige et à l'extrémité de la racine. Celle de cette dernière doit être considérée comme une initiale, une cellule d'importance primordiale appartenant au méristème; son cloisonnement impose la construction et l'organisation du méristème radiculaire. Dans la tige elle aurait perdu ses caractères méristématiques, elle ne semble pas se diviser plus souvent que les cellules épidermiques — on peut juger du rythme lent de sa segmentation en considérant celui de l'apicale radiculaire où, entre les mitoses, le noyau reste interphasique — et toute la puissance organisatrice semble reportée dans le méristème sous-jacent où, jusqu'à présent, il ne nous a pas été possible de reconnaître de zones d'activité mitotique particulière.

La cellule tétraédrique présenterait dans la racine des caractères plus archaïques que dans la tige.

Nos observations offrent des analogies avec celles que Buvat et Odette Liard [2] ont pu faire sur l'apex d'*Equisetum arvense*.

(*) Séance du 18 janvier 1960.
(1) C. W. Wardlaw, *Biol. Rev.*, 20, 1945, p. 100 et suiv.
(2) R. Buvat et O. Liard, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 88.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de l'aniline et des mononitranilines sur les échanges gazeux respiratoires de deux algues chlorophycées (genres* Chlorella *et* Scenedesmus). Note (*) de M. **Serge Villeret**, présentée par M. Raoul Combes.

L'aniline et les mononitranilines exagèrent les échanges gazeux respiratoires de *Chlorella vulgaris* mais semblent pratiquement sans action sur *Scenedesmus quadricauda*. Ces composés réagissent, à concentration optimale, dans l'ordre suivant : ortho > para > méta > aniline.

Plusieurs auteurs ont déjà étudié l'action des composés nitroarylés sur le métabolisme de nombreux végétaux (cryptogames vasculaires, organes excisés, etc.). L'influence de la structure moléculaire sur l'excitation ou l'inhibition des processus métaboliques a été précisée pour un certain nombre de dérivés du phénol. Il ne semble pas que l'aniline et les mononitranilines aient été systématiquement utilisées dans ces recherches. Les résultats suivants montrent l'action de ces derniers composés sur les échanges gazeux respiratoires, endogènes et exogènes (en présence de glucose), des deux espèces d'Algues Chlorophycées, *Chlorella vulgaris* Beijer., race 211/11 *h* (Cambridge) et *Scenedesmus quadricauda* Bréb., race 276-4 *c* (Cambridge), obtenues en culture pure.

Techniques. — Les Algues récoltées en phase de croissance logarithmique sont laissées à l'obscurité pendant 36 h avant l'expérience. Elles sont alors lavées puis mises en suspension dans une solution-tampon phosphates 0,067 M, à pH donné (gamme de pH entre 4,5 et 8). On les soumet à l'action du composé chimique pendant 1 h avant la première mesure manométrique. L'absorption d'oxygène est mesurée par la méthode directe de Warburg [1].

Chaque fiole reçoit :

— 1 ml d'une suspension d'Algue correspondant à 15 à 20 mg de poids sec du végétal;

— 1 ml d'une solution du composé éprouvé pour une concentration finale comprise entre 2.10^{-2} M et 10^{-5} M;

— 0,6 ml d'une solution de glucose M/300 dans l'ampoule latérale;

— 0,2 ml d'une solution KOH à 20 % dans l'anneau central.

Les témoins reçoivent 1 ml d'eau distillée à la place de la solution d'aniline ou de nitraniline.

Atmosphère, air; agitation, 105 coups/mn; température, 28°.

Résultats et discussion. — La respiration est mesurée pendant 50 mn après l'équilibration, à intervalles de 10 mn; puis, après renversement, une deuxième série de mesures permet d'étudier la respiration en présence du glucose exogène.

En règle générale, une légère baisse de l'intensité respiratoire initiale se manifeste à partir de 30 à 40 mn de respiration endogène chez les témoins et les suspensions en présence des composés éprouvés. Après renversement, l'absorption du glucose se traduit par une consommation accrue de l'oxygène, mais dont l'intensité maximum est atteinte à des temps variables et plus longs, en présence des dérivés étudiés, selon leur nature et leur concentration. Cette augmentation de l'intensité respiratoire est temporaire.

a. Influence du pH. — Assez curieusement, la race de Chlorelle utilisée a montré entre les deux limites des pH étudiés, 4,5 et 8, une variation de l'intensité respiratoire présentant deux maximums, l'un à pH $\#$ 5,0, l'autre plus accusé à pH $\#$ 6,5. *Scenedesmus* réagit classiquement aux variations du pH.

b. Influence du glucose. — On interprète l'augmentation de l'intensité respiratoire due au glucose par une conversion accrue de l'adénosine triphosphate en adénosine diphosphate, le glucose fonctionnant comme transporteur de phosphoryl ([4]), ([5]).

c. Influence de l'aniline. — L'aniline exagère les échanges gazeux respiratoires mais elle n'est active que pour des concentrations assez fortes. Le maximum d'action semble réalisé avec une concentration de l'ordre de $1,8.10^{-2}$ M. A ce taux, l'aniline intervient aussi dans le système tampon phosphate et, en particulier, en présence de la solution de monophosphate de potassium qui doit donner un pH de 4,49, ramène le pH à 5,85 par exemple.

d. Influence des nitranilines. — Les trois mononitranilines exagèrent les échanges gazeux respiratoires chez *Chlorella*. *Scenedesmus* réagit peu, vraisemblablement par non-pénétration des substances. La concentration optimale pour *Chlorella* est située vers $1,2.10^{-3}$ M. La courbe d'action en fonction du pH répète celle de la respiration en présence de glucose, mais l'action des dérivés se range suivant l'ordre : ortho $<$ para $<$ méta.

On admet que la pénétration des molécules est réglée par leur état de non-dissociation ionique et leur liposolubilité. Les pK_a des nitranilines ne semblent pas connus avec certitude. La littérature fournit des chiffres variables. Si la méthode utilisée dans la détermination des pK_a est valable dans ce cas précis, les nombres suivants nous ont été fournis par un laboratoire voisin : pK_a de l'orthonitraniline, 2,48; métanitraniline, 2,84; paranitraniline, 2,18. Pour l'aniline, le pK_b 9,33 (*in litt.*). Ces valeurs montrent qu'aux pH retenus, l'ion anilinium $R-NH_3^+$ se dissocie réversiblement en $R-NH_2$ et H^+. Les isomères existent donc, en solution, presque totalement sous forme moléculaire. Les concentrations optimales correspondent alors sensiblement au maximum d'action. Leurs valeurs sont : $1,2.10^{-3}$ M pour l'ortho, $4,5.10^{-3}$ M pour la méta et 3.10^{-3} M pour la para. Avec ces deux derniers dérivés, nous arrivons pratiquement au maximum de solubilité. A ce maximum d'action, l'orthonitroaniline double

ou même triple l'intensité des échanges gazeux de *Chlorella*, dépassant parfois l'action du glucose sur le témoin. Nous avons également observé un effet cumulatif nitraniline + glucose. Mais il faut souligner que d'une expérience à l'autre, par suite du changement physiologique du matériel algal, si le sens des phénomènes reste toujours le même, les valeurs absolues rapportées au poids sec sont assez largement variables (résultats exprimés en $Q_{(O_2)}$/mg/h).

La pénétration des molécules est due aussi à leur liposolubilité. D'après ([2]), elle est forte pour l'isomère ortho, moindre pour les deux autres (alcool et éther).

L'action des trois isomères, qui montre la pénétration des molécules dans la cellule de *Chlorella*, concorde avec ce qu'on connaît sur la pénétration des substances dissoutes.

La situation est moins nette en ce qui concerne *Scenedesmus*. Il semble y avoir une légère inhibition des échanges gazeux, difficile à interpréter si, comme nous le pensons, il y a une imperméabilité presque totale de la membrane cellulaire. Peut-être cette inhibition s'explique-t-elle par la faible concentration « active » — des concentrations plus élevées dans la cellule déclenchant l'exagération des échanges gazeux — appelés pour la circonstance respiratoires.

La différence d'action des trois isomères, l'ortho agissant le plus fortement, pourrait faire penser à l'intervention de la liaison hydrogène. On a montré que, chez les dérivés ortho des phénols, la chélation, en réduisant la mobilité du proton, diminuait le pouvoir inhibiteur des dérivés orthonitro et orthohalogénophénols sur les phosphorylations et la vitesse de fermentation des levures ([3]). Or, la chélation n'est pas admise d'une façon indubitable chez les nitranilines (les désaccords dans les valeurs des pK_a en témoignent). Aussi, la relation entre la structure des nitranilines et leur action sur les échanges gazeux respiratoires de *Chlorella* ne peut être, pour l'instant, mieux définie.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) Umbreit, Burris et Staufer, *Manometrie techniques*, Burgess Publishing Co, Minneapolis.

([2]) *Handbook of Chemistry and Physics*, Chem. Rubber Publis. Co, Cleveland.

([3]) R. H. de Deken, *Biochim. Biophys. Acta*, 17, 1955, p. 494-502.

([4]) P. J. Syrett, *Arch. Biochem. Biophys.*, 75, 1958, p. 117-124.

([5]) L. Eliasson, *Physiol. Plant.*, 12, 1959, p. 551-558.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Mise en évidence d'une substance du type gibbérelline chez plusieurs espèces du genre* Beta. Note (*) de MM. **Jacques Margara** et **Georges Morel**, présentée par M. Raoul Combes.

Une substance ayant sur l'élongation des limbes de mutants nains de maïs et de tiges de pois de senteur nains un effet analogue à celui des gibbérellines a été mise en évidence d'une part dans des extraits de betterave bisanuelle (*Beta vulgaris* L.) à divers stades du développement, et d'autre part chez *Beta procumbens* C. Sm. et *Beta patellaris* Moq. espèces toujours caulescentes.

Lorsqu'ont débuté les recherches sur les gibbérellines, alors que ces substances n'avaient été trouvées que chez le champignon *Gibberella fujikuroi*, les physiologistes se sont demandé s'il s'agissait d'hormones exerçant une action physiologique et répandues dans le règne végétal. A la suite de travaux récents, l'existence de gibbérellines chez les plantes supérieures est maintenant un fait bien établi. La gibbérelline A_1 a été isolée à partir de graines immatures de *Phaseolus multiflorus* par Mac Millan et Suter [1] et de *Phaseolus vulgaris* par West et Phinney [2].

Des substances isolées par chromatographie au R_f de la gibbérelline A_1 et éprouvées à l'aide de tests biologiques ont été trouvées dans des espèces diverses [3], [4].

On peut donc se demander si l'élongation de certaines plantes bisannuelles qui demeurent en rosette avant de s'allonger et de fleurir n'est pas déclenchée par une gibbérelline, et il nous a paru intéressant de rechercher des gibbérellines ou des substances à effet analogue chez la betterave bisannuelle (*Beta vulgaris* L., variété sucrière Klein Wanzleben E) à plusieurs stades de son développement et chez des espèces de *Beta* toujours caulescentes comme *B. procumbens* et *B. patellaris.* Les organes prélevés étaient des feuilles ou des extrémités de tiges. Dans le cas de *B. vulgaris* les prélèvements ont été effectués aux stades suivants : état de rosette (en jours longs et en jours courts), début d'élongation, floraison.

Techniques. — Nous avons employé la méthode d'extraction décrite par M. Radley [4]. L'extrait a été chromatographié dans le solvant butanol-ammoniaque 3 : 1 [5]. Les chromatogrammes ont été découpés en 20 bandes. Nous avons utilisé deux tests biologiques : d'une part le test maïs décrit par Neely et Phinney [6], d'autre part un test que nous avons mis au point avec le pois de senteur nain, *Lathyrus odoratus* L. variété Cupidon, permettant d'employer directement les chromatogrammes sans les éluer. Ce test utilise la grande sensibilité à l'acide gibbérellique, déjà signalée par Brian et Grove [7], du pois de senteur nain. Nous le décrivons ci-dessous de façon succincte :

Cinq jours après le semis, on trie les plantes de même taille et l'on introduit les racines entre deux bandes du chromatogramme ($2 \times 4,5$ cm)

disposées entre deux lames de verre et maintenues verticales dans des boîtes en matière plastique grâce à des blocs de caoutchouc mousse intercalés entre les ensembles de lames de verre et de papier Whatman. Les boîtes sont placées en chambre humide. Les bandes de papier sont humidifiées chaque jour par 1 ml d'eau distillée. La longueur des tiges est mesurée après 5 jours. Les résultats sont donnés en pour-cent d'un témoin.

Résultats. — Une première série d'extractions et de tests utilisant le pois de senteur ont été effectués à partir de 10 prélèvements différents.

TABLEAU I.

Comparaison de l'activité gibbérellinique de plusieurs extraits de betterave à l'aide du test pois de senteur.

Caractéristiques de l'échantillon de betterave.			R_f et longueur des tiges de pois de senteur (en % du témoin).								
Espèce.	Stade.	Organe prélevé.	0,2.	0,3.	0,4.	0,5.	0,6.	0,7.	0,8.	0,9.	1.
B. vulgaris	Rosette (en jours longs)	Feuilles	98	122	120	107	101	99	103	103	102
	Rosette (en jours courts)	»	105	**120**	**121**	**110**	101	103	105	101	102
	Id.	Région apicale	115	**138**	**141**	**117**	105	113	108	104	98
	Tige (en élongation)	Feuilles	107	113	120	117	108	109	106	101	102
	Floraison	»	106	**132**	**130**	**113**	108	108	97	96	99
	»	Extrémités de tiges	119	**150**	**143**	**104**	100	107	108	105	104
	Rosette perchée (en jours courts)	Feuilles	101	**111**	**130**	**122**	103	102	97	94	93
	Id.	»	103	117	131	124	115	112	102	104	97
B. Procumbens	Floraison	Tiges et feuilles	112	**129**	**145**	**132**	**119**	109	102	107	95
B. patellaris	»	*Id.*	114	**114**	**141**	**150**	**122**	108	110	97	98

Les chiffres en gras correspondent à la tache d'acide gibbérellique d'une bande témoin observée en lumière ultraviolette après pulvérisation d'un mélange d'alcool et d'acide sulfurique 6 : 4 [5].

TABLEAU II.

Comparaison à l'aide de plusieurs tests de l'activité gibbérellinique de deux extraits de B. vulgaris.

Stade des betteraves.	Nature du test.	R_f et longueur des tiges (pois de senteur) ou des limbes maïs (en % du témoin).								
		0,2.	0,3.	0,4.	0,5.	0,6.	0,7.	0,8.	0,9.	1.
Rosette.......	Pois de senteur nain	112	117	126	134	118	103	101	103	98
	Maïs d_1	110	126	145	130	112	109	96	106	108
	» d_5	109	131	148	146	129	110	111	101	98
Floraison.....	Pois de senteur nain	107	153	135	129	105	111	115	98	95
	Maïs d_1	119	141	154	122	108	104	104	98	101
	» d_5	116	148	150	139	111	117	108	101	102

Les résultats de ces essais sont consignés dans le tableau I. Ils montrent que tous nos extraits ont présenté un net maximum d'activité correspondant au R_f de l'acide gibbérellique.

Nous avons comparé ensuite l'activité d'extraits de betteraves en rosette ou en floraison en nous servant simultanément de trois tests utilisant le pois de senteur et les maïs d_1 et d_5.

Le tableau II montre la variation de la longueur des limbes de maïs ou des tiges de pois de senteur suivant le R_f. Un net maximum est visible à nouveau dans tous les cas. Bien que nous ayons renoncé à effectuer des déterminations vraiment quantitatives, notons que les valeurs trouvées pourraient correspondre à des teneurs de l'ordre de 0,01 à 0,5 µg par 1000 g de matière fraîche d'équivalent de l'acide gibbérellique. Mais il est possible que cette estimation soit trop faible.

Ces essais ne font pas apparaître de variations appréciables de l'activité des extraits suivant le stade de développement des plantes. Mais en raison de l'imprécision de la méthode d'extraction et des tests biologiques nous ne pouvons affirmer que la teneur en substance du type gibbérelline ne varie pas au cours du développement.

En conclusion, nous avons mis en évidence l'existence d'une substance ayant sur l'élongation de maïs et de pois de senteur nains un effet analogue à celui des gibbérellines (et pouvant être l'une d'elles), d'une part dans des extraits de feuilles ou de tiges de *B. vulgaris* bisannuelle en rosette, en élongation ou en floraison; d'autre part, chez *B. procumbens* et *B. patellaris*.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) J. Mac Millan et P. J. Suter, *Die Naturwissenchaften*, 45, 1958, p. 46.
(2) C. A. West et B. O. Phinney, *J. Amer. Chem. Soc.*, 81, 1959, p. 2424-2427.
(3) M. B. Ritzel, *Plant Physiol.*, 32, suppl., 1957, p. 31-32.
(4) M. Radley, *Ann. Bot.*, 22, 1958, p. 297-307.
(5) A. J. Mac Comb et D. J. Carr, *Nature*, 181, 1958, p. 1548-1549.
(6) P. M. Neely, B. O. Phinney, *Plant Physiol.*, 32, suppl., 1957, p. 31.
(7) P. W. Brian et J. F. Grove, *Endeavour*, 16, 1957, p. 161-171.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La synthèse nicotinique au cours du traitement de vernalisation.* Note (*) de M. **Jean Séchet**, transmise par M. Pierre Dangeard.

Après avoir observé que l'amide nicotinique est capable d'accroître les effets d'un traitement de vernalisation, des dosages de cette substance sont effectués pendant la germination à 23° C et durant le traitement. Ils montrent une accumulation d'amide nicotinique en quantité supérieure durant le traitement de vernalisation.

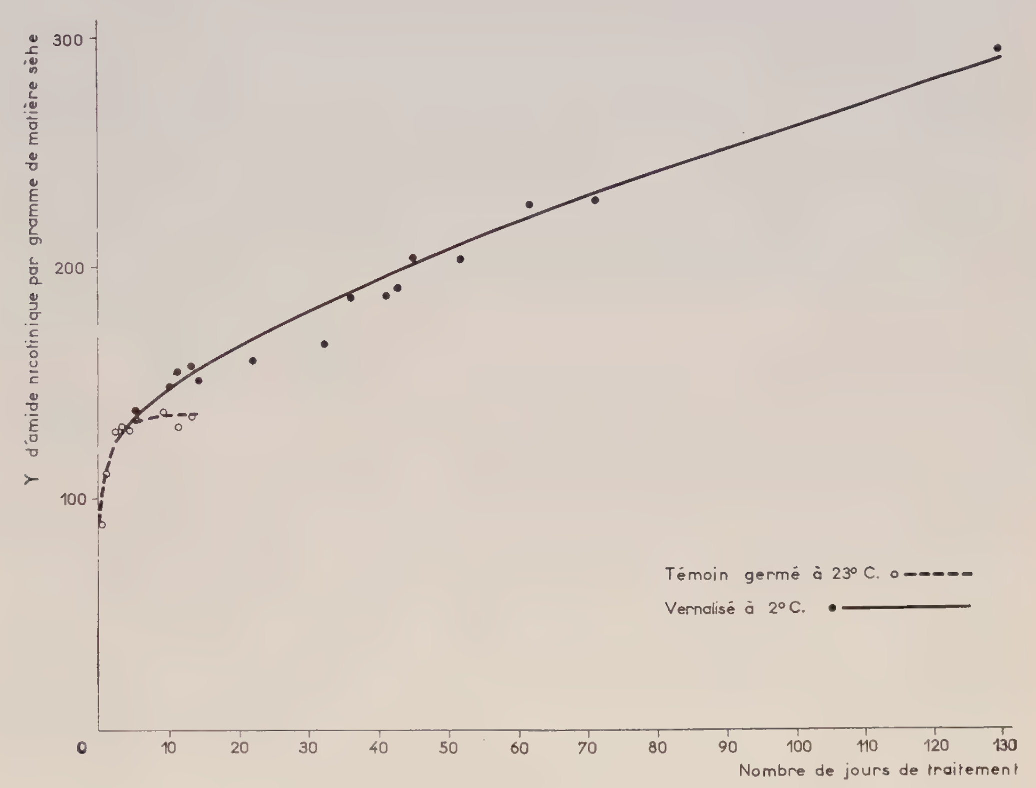
Au cours de recherches antérieures (1) nous avons pu observer l'effet favorisant exercé par l'acide et l'amide nicotiniques sur le déroulement des phénomènes de vernalisation. Des solutions de ces substances servaient à humidifier les semences pour leur mise en germination précédant le traitement par le froid. C'est ainsi que du Blé Vilmorin 27 semé le 19 avril après une exposition à 2° C pendant 14 jours montait normalement lorsque les caryopses avaient été imbibés avec une solution d'amide nicotinique à 1 mg/l, tandis que ceux qui avaient été traités de la même façon après germination avec de l'eau pure ne manifestaient aucune tendance à la reproduction. Les mêmes résultats furent confirmés par un semis du 4 mai après un traitement d'une durée de 28 jours. Chez le Lupin blanc, semé le 17 août, après une exposition au froid de 36 jours, les lots préalablement imbibés avec des solutions d'amide ou d'acide nicotinique (à des concentrations allant de 5 à 500 mg/l) présentent une floraison avancée de 5 jours.

On connaît le rôle important joué par l'amide nicotinique; elle entre dans la constitution des coenzymes I et II, transporteurs d'hydrogène; ce sont des dinucléotides à nicotinamide : diphosphonicotinamide (DPN) et triphosphonicotinamide (TPN).

L'action favorisante de ces substances ainsi mise en évidence et le rôle joué par la nicotinamide dans le métabolisme général nous ont amené à effectuer leur dosage au cours d'une germination normale et, comparativement, au cours d'une germination prolongée en chambre froide (traitement de vernalisation).

Les investigations ont porté sur le Blé Vilmorin 27. Les semences, après hydratation avec 40 % de leur poids d'eau, sont mises à germer. Les unes séjournent pendant une durée de 1 à 13 jours à l'étuve à 23° C, elles constituent les lots témoins. Les autres, après un début de germination de 48 h à 18° C, sont placées en chambre froide à 2° C pendant 3 à 130 jours, ce sont les lots dits vernalisés. Après des durées d'exposition variables, elles sont desséchées dans l'étuve sous vide à 40° C puis broyées finement au mélangeur-broyeur. A partir de la poudre une extraction par la potasse caustique méthanolique est effectuée pendant 15 mn à 75° C. Une partie aliquote de la liqueur obtenue est évaporée à 100° C, puis on abandonne l'extrait pâteux à cette température afin de permettre l'hydrolyse et la

transformation de l'amide en acide nicotinique avec lequel la réaction colorée finale est plus accentuée. Le résidu d'évaporation, repris par l'eau, est amené à pH 7,2 avec de l'acide phosphorique puis purifié à l'aide de sulfate d'alumine. Après ajustage à pH 6,8 avec un tampon phosphaté et centrifugation on effectue la réaction de König au bromure de cyanogène selon la technique de Raoul et Crépy [2]. La lecture de la réaction colorée se fait à l'électrophotomètre à 465 mμ après addition



Évolution de la teneur en amide nicotinique des semences de Blé Vilmorin 27 germées à 23° C (témoin) et soumises à une germination prolongée à 2° C (vernalisé).

d'une amine aromatique, ici la scurocaïne (chlorhydrate de para-amino-benzoyl-diéthylaminoéthanol) à pH 2 obtenu par addition d'acide chlorhydrique. L'évaluation de la quantité d'amide s'opère par différence entre l'essai précédent et un essai conduit parallèlement après adjonction d'une quantité connue d'amide nicotinique. La précision de la méthode étant de l'ordre de ± 10-15 % de nombreux dosages ont dû être effectués sur chaque lot; les résultats ayant servi à établir la courbe représentent donc des moyennes, ils portent même parfois sur des lots différents pour une même durée de traitement.

Dans le cas d'une germination normale (à 23° C) la teneur en composés nicotiniques augmente rapidement pendant les 4 à 5 premiers jours, puis la synthèse se ralentit et les accroissements diminuent; à partir d'une

dizaine de jours le taux demeure stationnaire, il est de l'ordre de 138 μg/g de matière sèche. Cette stabilisation est peut-être imputable à l'état d'inanition des plantules, c'est pour cela que les dosages n'ont pas été poursuivis au-delà de 13 jours de germination.

Dès le début du traitement de vernalisation les accroissements sont sensiblement plus élevés et la persistance des synthèses pendant une durée prolongée entraîne une accumulation d'amide nicotinique. C'est ainsi qu'après un traitement anormalement prolongé de 130 jours il existe une quantité de l'ordre de 300 μg/g de matière sèche.

La comparaison des teneurs en nicotinamide de semences dont les plantules sont parvenues au même état de développement apparent montre qu'après 4 jours de germination à 23° C elles contiennent 130 μg/g de matière sèche, d'amide nicotinique, tandis qu'après une quarantaine de jours de vernalisation, au moment d'un semis normal, elles renferment de 180 à 200 μg/g de matière sèche. Cette relative supériorité existe aussi pour de faibles durées de traitement; en effet, il faut souligner que pour des durées égales de vie active, les semences germées soumises au froid contiennent déjà des quantités supérieures d'amide nicotinique.

Comme pour l'acide ascorbique ([3]) on assiste ici aussi à une accumulation de vitamine au cours du traitement de vernalisation. L'action favorisante de cette substance pourrait s'expliquer par le rôle important que jouent les coenzymes I et II dans le métabolisme des glucides. D'autre part, il a été montré ([4]) qu'au cours du traitement de vernalisation le contingent glucidique des semences subissait d'importantes transformations, plus particulièrement au niveau de la jeune plantule. Le rôle favorisant, mais cependant non déterminant, de l'amide nicotinique dans les phénomènes de vernalisation se trouve donc confirmé ici par l'existence de plus grandes quantités de ce corps chez les semences vernalisées et par son rôle dans le métabolisme glucidique.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) J. Séchet, *Le Botaniste*, série XXXVII, 1953, p. 1-289.

([2]) Y. Raoul et O. Crépy, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 23, 1941, p. 362-375.

([3]) J. Séchet, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 434-436.

([4]) R. David et J. Séchet, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 557-559; J. Séchet, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 334-336.

ENTOMOLOGIE. — *A propos de la trachéation alaire de* Blabera craniifer *Burm.* (*Insecte Dictyoptère*). Note de M. **Jean-Claude Lefeuvre**, transmise par M. Raymond A. Poisson.

Blabera craniifer Burm. (= *Blabera fusca* Br.) possède deux groupes de trachées alaires : 1° un groupe antérieur formé par les trachées sous-costale, radiale et médiane; 2° un groupe postérieur formé par les trachées cubitale et anale. Ces deux groupes sont réunis par une fine trachée basale transversale (*fig.* 3, *t*). Cette disposition correspond en tous points au schéma de la trachéation hypothétique d'une aile de nymphe du type primitif donné par Comstock et Needham [1].

Par contre, nous avons remarqué que chez les *Ectobiidæ* et les *Blattidæ* [Beck [2], Smart [3] et nos observations personnelles] la médiane a tendance à migrer le long d'une trachée basale d'égal diamètre et peut même faire partie du groupe cubito-anal.

Ces observations semblent confirmer la division faite par Comstock et Needham [1] des Blattes en deux groupes :

— un groupe où la trachée basale transversale est continue et d'égal diamètre (la médiane ayant tendance à faire partie du groupe cubito-anal);

— un groupe où la trachée basale transversale est discontinue, séparant les trachées alaires en deux groupes distincts (la médiane faisant alors partie du groupe sous-costo-radial).

Chez *B. craniifer*, dès le premier stade de développement larvaire les trachées alaires principales sont présentes dans les fourreaux alaires méso- et métathoraciques.

Il existe une trachée en position costale (*fig.* 3, *C*). Contrairement aux autres trachées alaires que nous venons de signaler, elle ne prend pas naissance sur la trachée basale (issue des deux troncs trachéens principaux de la patte), mais sur le tronc trachéen thoracique antéro-dorsal. Libre aux premiers stades larvaires de développement, elle se connecte à partir des stades 3, 4 ou 5 (selon les individus) avec la première branche de la trachée sous-costale.

Il semble que chez beaucoup d'Insectes il existe une trachée par nervure longitudinale : c'est le cas chez les Blattes et chez *Blabera craniifer* en particulier (*fig.* 1 et 2). C'est pourquoi la nomenclature des trachées peu et doit servir, dans le groupe des Dictyoptères tout au moins, pour celle des nervures.

L'étude de la trachéation chez *B. craniifer* permet entre autres de préciser l'origine et l'évolution de certaines trachées au cours du développement post-embryonnaire et par là même de certaines nervures de l'aile de l'adulte.

Nous avons adopté la nomenclature de Comstock qui appelle première anale *A* 1 la trachée de l'aile métathoracique nommée post-cubitale par de plus récents auteurs [Snodgrass ([4]), Smart ([3])]. En effet, il est certain, comme le fait remarquer Sellier ([5]), que cette branche fait partie du groupe des trachées anales puisqu'elle s'en détache au cours de l'organogenèse. Quoi qu'il en soit, la nervure de l'aile mésothoracique interprétée comme une post-cubitale par Snodgrass ([4]) et comme une anale par Chopard ([6]), est la branche Cu_2 de la trachée, et par conséquent de la nervure cubitale.

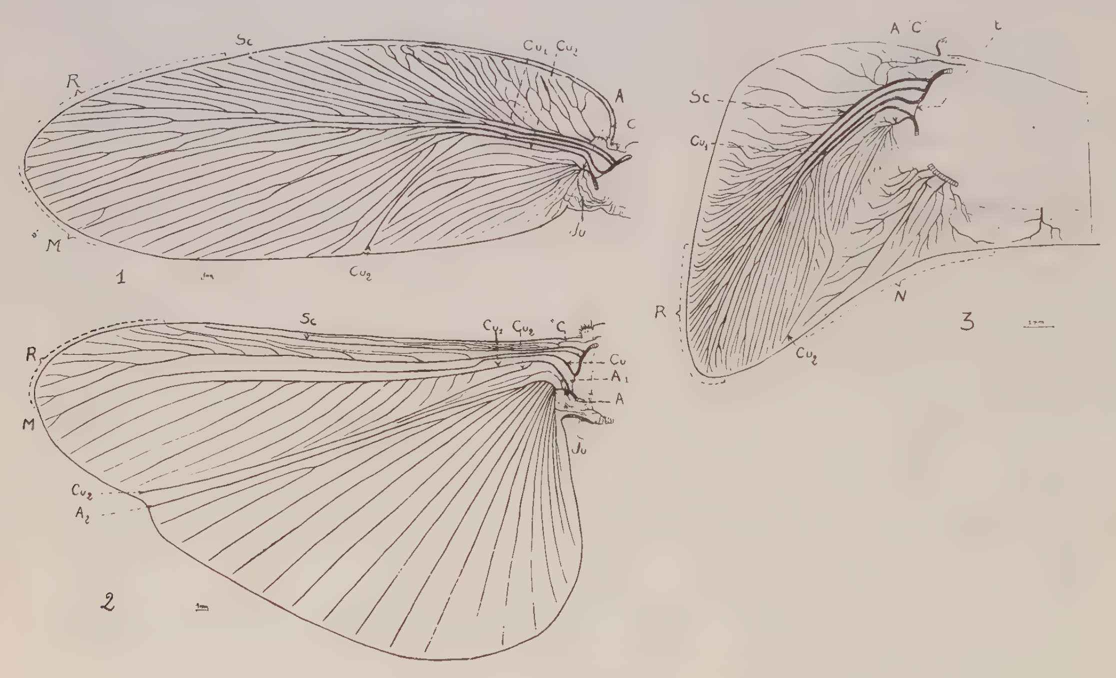


Fig. 1. — Trachéation de l'aile mésothoracique.

Fig. 2. — Trachéation de l'aile métathoracique.

Fig. 3. — Trachéation de l'ébauche alaire mésothoracique d'un dernier stade de développement larvaire.

A, *C*, *Cu*, *Cu* 1, *Cu* 2, *M*, *R*, *Sc*, *t*, trachées anale principale, « costale », cubitale principale, cubitale 1, cubitale 2, médiane, radiale, sous-costale, basale transversale; *Ju*, champ jugal; *N*, champ notal.

Nous pensons qu'il est plus logique d'appeler nervures anales, les nervures vannales de Snodgrass ([4]) ou axillaires de Chopard ([6]), car cette nomenclature permet de rappeler que toutes ces nervures sont parcourues par des branches de la trachée anale.

Expansions paranotales méso- et métathoraciques, les fourreaux alaires d'une larve de *Blabera craniifer* se divisent en deux parties bien distinctes :

— l'ébauche alaire proprement dite où se ramifient les trachées alaires;

— une région triangulaire postéro-proximale que nous appelons *champ notal* (*fig.* 3, *N*).

Peu importante au premier stade larvaire, cette région s'accroît au cours de l'ontogenèse pour atteindre son maximum de développement au dernier stade larvaire, surtout dans le fourreau mésothoracique.

Cette région nous paraît jouer un rôle important dans la morphogenèse alaire car c'est entre ses trachées et les trachées de l'ébauche alaire que s'effectue la coupure qui sépare l'aile imaginale du reste du notum.

Chez les Blattes, la *neala* de Martynov ([7]) correspond au secteur anal 2 de Pruvost ([8]) et le champ jugal de Snodgrass ([4]) n'est qu'une très faible partie de cette région malgré l'homologie que cet auteur établit entre les deux. (A l'inverse, certains auteurs désignent actuellement le champ anal en entier sous le nom de champ jugal.) Du point de vue des trachées ces divisions du champ anal en différents secteurs ne correspondent à rien de précis chez *Blabera craniifer*.

De toute façon, si l'on admet avec Snodgrass que le secteur membraneux de l'aile antérieure situé entre le champ anal et le notum et qui se replie sous l'aile au repos peut être désigné sous le nom de champ jugal (*fig.* 1, *Ju*), la région homologue dans l'aile postérieure de *Blabera craniifer* est, non pas la partie postérieure du champ vannal de Snodgrass, mais la région sous-tendue par la corde axillaire et dans laquelle pénètrent, comme dans le « champ jugal » de la tegmina, des *trachées anales récurrentes* entrant, le plus souvent, en contact avec des trachées notales (*fig.* 2, *Ju*).

Nous espérons confirmer cette assertion par une étude de l'organogenèse des nerfs alaires. Nos premiers résultats nous ont montré la présence, pendant toute la vie larvaire, d'un nerf costal très important et surtout l'absence d'un nerf médian et cubital dans l'ébauche alaire mésothoracique, du nerf médian dans l'ébauche métathoracique. Si Nuesch ([9]) a montré, chez le Lépidoptère *Fumea casta* (Ins. holométabole ou *endoptérygote*), que les nerfs jouent un rôle « conducteur » dans la trachéisation de l'aile, il ne semble pas en être ainsi chez les *Blabera* et divers autres Blattoïdes (Ins. hétérométaboles ou *exoptérygotes*).

(1) COMSTOCK et NEEDHAM, *The wings of insects*, Ithaca New-York, 1918.
(2) BECK, *Zool. jahrb. Arbt. f. Anatomie*, 41, 1919, p. 377-410.
(3) SMART, *Proc. Zool. Soc.*, London, 191, 1950, p. 501-509.
(4) SNODGRASS, *Principles of Insect morphology*, New-York et London, 1935; *A text. book. of Arthropod anatomy*, Ithaca New-York, 1952.
(5) SELLIER, *Thèse* (*Ann. Sc. Nat. Zool.*, 16, 1954, p. 595-739).
(6) CHOPARD, *Traité de Zoologie de Grassé*, 9, Dictyoptères, 1949.
(7) MARTYNOV, *Rev. Zool. russe*, 4, 1923, p. 155-185; *Z. Morph. Okol. Tiere*, 4, 1925, p. 465-501.
(8) PRUVOST, *Thèse* (*Sciences*, Imp. Nationale, Paris, 1919).
(9) NUESCH, *Rev. suisse Zool.*, 57, nº 16, 1950, p. 511-517.

(*Laboratoire de Zoologie, Faculté des Sciences, Rennes.*)

PHYSIOLOGIE. — *Sur la résistance du péricarde de la Grenouille verte* (Rana esculenta *L.*) *au passage des sels de potassium et les variations de perméabilité de cette membrane par l'action préalable des facteurs de diffusion.* Note (*) de MM. **Antoine Jullien**, **Jean Ripplinger**, **Jean Cardot**, Mlles **Michèle Joly** et **Andrée Petiau**, présentée par M. Léon Binet.

Le péricarde de la Grenouille verte freine d'une manière graduée, liée à l'anion, la pénétration des sels de K^+ et leur arrivée au contact du myocarde. Les facteurs de diffusion, tels que l'hyaluronidase, augmentent la perméabilité du péricarde et diminuent, en conséquence, son pouvoir protecteur vis-à-vis du myocarde.

Nous avons vu antérieurement, par des observations faites chez *Helix pomatia* (1) que la variabilité des temps nécessaires à des sels d'un même cation, appliqués en solutions isosmotiques sur le péricarde, pour que soient atteints les seuils de toxicité marqués par l'arrêt du cœur, ne renseigne pas, d'une manière absolue, sur la force de pénétration de ces sels. On ne peut conclure à une plus grande vitesse de passage pour des temps plus courts. En effet, pour un sel de toxicité plus grande, mais diffusant lentement, la concentration-seuil qui est faible, sera atteinte plus rapidement que la concentration-seuil pour un sel passant plus vite, mais de moindre toxicité.

La méthode que nous avons employée chez la Grenouille verte, pour établir une hiérarchisation dans les vitesses de passage à travers le péricarde, des sels de potassium, doit comprendre deux séries de mesures. Dans la première, on déterminera les temps-seuils pour l'obtention de l'inhibition, par application directe des solutions sur le cœur lui-même; dans la seconde, on déterminera ces temps par application des solutions des électrolytes sur le feuillet externe du péricarde. Les quotients respectifs de ces deux types de résultats fourniront une échelle valable de la mesure de la perméabilité du péricarde pour les différents sels d'un même cation, ici le potassium. Ainsi, soient t_1 et T_1 les temps minimaux pour conduire à l'arrêt du cœur, à l'aide d'un même sel agissant respectivement sur le myocarde et sur le péricarde. Si T_1 se rapproche de t_1 tout en lui restant forcément supérieur, le rapport T_1/t_1 tend vers 1 et le péricarde se révèle très perméable au sel utilisé; c'est le contraire, si T_1 est très supérieur à t_1 et, dans ce cas, le rapport augmente; en somme, si le quotient T_1/t_1 grandit, la résistance au passage des sels s'accentue.

Dans nos essais sur la Grenouille, nous avons utilisé les six sels de K^+ ci-après : acétate (KCH_3COO), bicarbonate ($HKCO_3$), bromure (KBr), chlorure (KCl), iodure (KI) et nitrate (KNO_3).

Toutes leurs solutions étaient isosmotiques et équivalaient à une concentration de 3 mol-g en KCl par litre (trois fois Molaire, 3 M). Elles étaient

apposées à l'aide de petits disques de papier buvard, de même diamètre (quelques millimètres) et d'égale épaisseur sur la face ventrale du cœur *in situ*, au niveau de l'oreillette gauche, soit directement sur le péricarde, soit sur le cœur lui-même, après incision du péricarde. Pour chacun des sels étudiés et dans les deux positions respectives des tampons, toute une série de déterminations des temps-seuils pour l'obtention de l'arrêt du cœur furent faites. Nous donnons ci-après, pour chaque sel, la moyenne arithmétique de ces durées.

En application sur le myocarde, les temps moyens ont été les suivants : 12 mn (acétate), 10 mn (bicarbonate), 2 mn (bromure), 9 mn (chlorure), 5 mn (iodure) et 12 mn (nitrate). En application sur le péricarde, on a : 64 mn (acétate), 38 mn (bicarbonate), 56 mn (bromure), 76 mn (chlorure), 15 mn (iodure) et 29 mn (nitrate).

Si l'on calcule, pour les différents sels, les valeurs du rapport des deux durées, on obtient les chiffres respectifs suivants (par ordre de grandeur croissante) : 2,4 (nitrate), 3 (iodure), 3,8 (bicarbonate), 5,3 (acétate), 8,4 (chlorure) et 28 (bromure). Ils se rangent en un gradient décroissant donnant les vitesses relatives de la perméabilité du péricarde pour les six sels utilisés. C'est KNO_3 qui franchit le plus facilement la barrière péricardique et KBr le plus difficilement; il faut, à ce dernier, un temps 28 fois supérieur à celui qui est nécessaire pour obtenir l'arrêt lorsque la substance agit directement sur le myocarde.

Ainsi, le péricarde freine d'une manière graduée, liée à l'anion, la pénétration des sels de K^+ et leur arrivée au contact du myocarde.

Le pouvoir protecteur du péricarde, autrement dit sa perméabilité, peut varier sous l'action des facteurs de diffusion tels que l'hyaluronidase. Dans une deuxième série d'essais, nous avons fait agir une solution de ce produit, pendant une dizaine de minutes, sur le péricarde avant l'apposition des tampons porteurs des sels de K^+. Les durées moyennes que nous avions enregistrées pour obtenir l'inhibition et que nous avons relatées plus haut, savoir : 64 mn (acétate), 38 mn (bicarbonate), 56 mn (bromure), 76 mn (chlorure), 15 mn (iodure) et 29 mn (nitrate) devinrent respectivement : 24 mn (acétate), 11 mn (bicarbonate), 26 mn (bromure), 24 mn (chlorure), 10 mn (iodure) et 4 mn (nitrate). Par l'emploi préalable de l'hyaluronidase, il y a donc toujours un abaissement des durées nécessaires pour que se produise l'arrêt du cœur et cette diminution est parfois considérable. En d'autres termes, l'hyaluronidase augmente, dans des proportions plus ou moins fortes, la perméabilité du péricarde.

Ces modifications se développent non seulement au niveau du péricarde, mais également à celui du myocarde. Si, comme nous l'avons fait dans une troisième série d'essais, après incision du péricarde, on applique des tampons de solution d'hyaluronidase sur le cœur lui-même, des concentrations salines moins élevées telles que 2 M — au lieu de 3 M —, deviennent susceptibles de provoquer l'arrêt du cœur. Il se manifeste, soit une augmen-

tation de la sensibilité de l'organe aux différents sels, soit une facilité pour l'obtention de la concentration liminaire d'inhibition.

En résumé, chez la Grenouille verte, le péricarde exerce un rôle protecteur du myocarde contre les sels de K agissant à des taux élevés. Sa perméabilité, pour ces derniers, dépend de l'anion. Elle est fortement augmentée par l'action des facteurs de diffusion tels que l'hyaluronidase.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) A. Jullien, J. Cardot, J. Ripplinger et Mme J. Duvernoy, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1062.

(*Faculté des Sciences, Besançon, Doubs.*)

PHYSIOLOGIE. — *Électrogramme intracellulaire, électrocardiogramme et mécanogramme du cœur de rat hypophysectomisé* [1]. Note de MM. **Yves-Michel Gargouïl**, **Robert Tricoche** et **Jean Laplaud**, présentée par M. Léon Binet.

Des travaux antérieurs nous ont montré que chez le Rat, le décours de la repolarisation cardiaque varie notablement suivant les conditions du métabolisme cellulaire [2], [3], [4]. Nous avons également pu montrer que chez le même animal, l'ablation d'une glande à sécrétion interne comme la thyroïde modifiait la repolarisation ventriculaire et que l'injection de thyroxine rétablissait le décours normal de celle-ci [5]. Chez le Rat, l'allure de la réponse ventriculaire varie au cours de la croissance [6]. Ces modifications peuvent être éventuellement rapportées à l'évolution de la sécrétion glandulaire pendant cette même période. De Gennes et coll. [7] ont déjà signalé chez l'Homme des perturbations importantes du E. C. G. lors de cachexies hypophysaires; le E. C. G. est, chez ces malades, de faible amplitude et le complexe QRST très modifié.

Nous avons pensé qu'il serait également intéressant d'étudier l'activité électrique et mécanique du cœur de rat hypophysectomisé.

Technique. — 15 rats hypophysectomisés par la voie latéro-pharyngée sont utilisés ainsi que 15 témoins de même âge. L'électrogramme intracellulaire (E. I. C.) est obtenu à l'aide d'une microélectrode « flottante », le E. C. G., grâce à deux électrodes placées en dérivation « langue-anus ». Le mécanogramme est enregistré à l'aide d'une sonde à « transducer » comprenant un tube RCA 5732. L'entraînement électrique du cœur à rythme constant est obtenu à l'aide de stimulations électriques dans la région sinusale.

Résultats. — 1. *Cœur non stimulé, E. I. C. et E. C. G.* — *a.* Animaux à 28°, planche A : L'activité électrique intracellulaire présente les caractéristiques suivantes chez le Rat témoin (*fig.* 1) : le rythme spontané est de 300 par minute, l'amplitude des réponses est en moyenne de 105 mV, la durée du potentiel d'action est de 100 ms. Chez le Rat hypophysectomisé (*fig.* 2), le rythme spontané est de 255 par minute, l'amplitude des réponses est inférieure en moyenne à 100 mV, le durée du potentiel d'action est de 150 ms.

Le décours de la repolarisation est différent chez ces deux animaux. Chez le témoin, la repolarisation peut être décomposée en deux phases de durée sensiblement égale, la première est légèrement plus rapide que la seconde. Chez l'animal hypophysectomisé la première phase de repolarisation est de courte durée, la seconde, très durable, présente une pente peu accélérée. Ces variations de décours de la repolarisation chez ces deux animaux se retrouvent sur les tracés externes.

b. Animaux à 24°, planche B : Chez le témoin (*fig.* 1) : le rythme spontané est de 200 par minute, l'amplitude moyenne des réponses est de 110 mV, la durée de celle-ci est de 130 ms. Chez l'animal hypophysectomisé, le rythme est de 150 par minute, l'amplitude moyenne des réponses est inférieure à 100 mV, la durée de celles-ci est de 190 ms. Le décours de la repolarisation est sigmoïde chez le témoin, les phases de la repolarisation étant de pente nettement différentes. Chez l'animal hypophysectomisé ces différences sont beaucoup moins marquées, la pointe de la réponse se montre très durable. Les E. C. G. sont également différents chez ces deux animaux et les ondes lentes apparaissant après QRS sont le reflet des décours non identiques de la repolarisation ventriculaire des deux animaux.

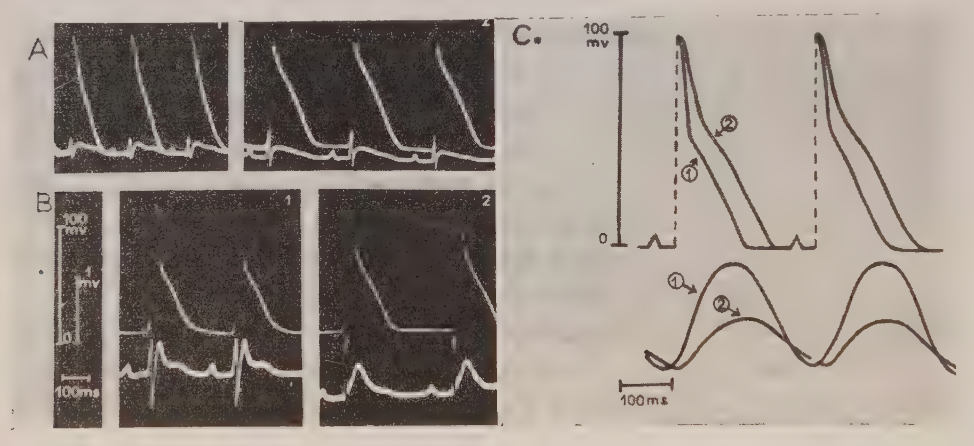


Fig. A et B. — Électrogrammes intracellulaires et électrocardiogrammes du Rat témoin (1), du Rat hypophysectomisé (2). (A) température 28°; (B) température 24°.

Fig. C. — Schéma précisant l'allure des électrogrammes intracellulaires et des mécanogrammes ventriculaires du Rat témoin (1), du Rat hypophysectomisé (2). Température de 24°; stimulation au rythme de 240/par minute.

2. *Cœurs stimulés E. I. C. et mécanogramme* (schéma C). — A 24°, la stimulation au rythme de 240 par minute nous montre que chez le témoin (tracé 1) et chez l'animal hypophysectomisé (tracé 2), les E. I. C. ne sont pas superposables, la pointe de la réponse étant notablement plus accélérée chez le premier animal que chez le second. Le potentiel d'action est plus durable chez l'animal privé de son hypophyse.

Le mécanogramme ventriculaire du Rat témoin possède une amplitude notablement plus importante que celle du Rat hypophysectomisé.

Discussion et conclusion. — Le cœur battant spontanément, le rythme cardiaque est moins élevé chez le Rat hypophysectomisé que chez le témoin. Au niveau de la fibre unique ventriculaire, chez le Rat, l'ablation de l'hypophyse entraîne de notables modifications du décours de la repolarisation. Pour une même fréquence de stimulation, les différences entre les deux types de réponse sont très marquées. L'introduction de la micro-

électrode dans de nombreuses cellules nous permet de préciser que l'amplitude de la réponse ventriculaire est diminuée chez les animaux opérés. Ceci est vraisemblablement dû à des modifications ioniques survenant chez l'animal hypophysectomisé; le mécanogramme ventriculaire est, d'autre part, constamment déprimé chez ce dernier animal.

Les autres modifications de l'électrogramme peuvent être également dues à des changements de concentrations ioniques des espaces intra- ou extracellulaires, mais celles-ci se situant essentiellement au niveau de la repolarisation cardiaque, il est permis de penser que les variations de la sécrétion hormonale jouent un rôle plus direct à cet instant particulier de la réponse ventriculaire, comme c'est le cas chez l'animal privé de sa thyroïde (5).

Nous envisageons d'étudier sur de telles préparations l'action des stimulines hypophysaires et des hormones sécrétées par les autres glandes endocrines. Ceci nous permettra, semble-t-il, de vérifier notre hypothèse selon laquelle la repolarisation ventriculaire est notablement influencée par le taux de certaines hormones circulantes.

(1) M. J. Oger a fourni les animaux opérés.

(2) E. Coraboeuf, C. Kayser et Y. M. Gargouïl, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 1673.
(3) C. Kayser, E. Coraboeuf et Y. M. Gargouïl, *C. R. Soc. Biol.*, 60, 1956, p. 1789.
(4) Y. M. Gargouïl, *Thèse de Science*, Poitiers, octobre 1958.
(5) Y. M. Gargouïl, E. Coraboeuf, O. Thibault, O. Hesse, G. Wallon et N. Strudel, *C. R. Soc. Biol.*, 152, 1958, p. 1083.
(6) Y. M. Gargouïl, E. Coraboeuf, R. Tricoche et G. Wallon, *C. R. Soc. Biol.*, 153, 1959, p. 450.
(7) L. de Gennes, D. Mahoudeau, J. Delarne, P. Robert et Auquier, *Bull. et Mém. Soc. méd. d'Hôp. de Paris*, 60, mars 1944, p. 91.

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Disposition métamérique du tissu sécréteur de l'hormone mâle chez les différents types d'Oniscoïdes.* Note (*) de MM. **Jean-Jacques Legrand** et **Pierre Juchault**, transmise par M. Albert Vandel.

Le tissu sécréteur de l'hormone ♂ présente chez les différents types d'Oniscoïdes une répartition variable liée à la disposition métamérique des tractus de la gonade indifférenciée. Il apparaît ainsi comme une glande endocrine diastématique née de la différenciation de certaines cellules de ces tractus et offre beaucoup d'analogie avec le tissu interstitiel des Vertébrés.

L'un de nous [1] a démontré expérimentalement que, chez les Oniscoïdes supérieurs *Porcellio dilatatus* Brandt et *Armadillidium vulgare* Latreille, le tissu sécréteur de l'hormone mâle est situé dans le filament suspenseur qui prolonge vers l'avant la pointe des trois utricules testiculaires de chaque gonade. Ce résultat a été confirmé depuis par implantation élective du filament suspenseur : chez cinq ♀ de l'espèce *Porcellio dilatatus* l'implantation du seul filament a induit une différenciation mâle, tandis que celle de l'utricule dépourvu de son filament suspenseur n'a été suivie d'aucune différenciation mâle chez cinq autres ♀.

Nous avons examiné, à la fois par dissection, montage *in toto* des gonades et étude histologique sur des coupes sériées, 28 espèces d'Oniscoïdes appartenant aux séries Ligienne et Tylienne définies par Vandel (1943) [2] :

I. Série Tylienne Vandel. — Famille des *Tylidæ* : *Tylos Latreillei* Audouin, *Helleria brevicornis* Ebner.

II. Série Ligienne Vandel. — A. *Synocheta* Legrand : Famille des *Trichoniscidæ* : *Oritoniscus flavus* B. L., *Androniscus dentiger* Verh., *Trichoniscus pusillus provisorius* Rac., *Trichoniscus pygmeus* Sars, *Trichoniscus fragilis* Rac., *Haplophthalmus danicus* B. L., *Haplophthalmus Perezi* Legrand, *Trichoniscoïdes Sarsi* Patience.

B. *Crinocheta* Legrand : Famille des *Ligiidæ* : *Ligia oceanica* Fabricius, *Ligidium hypnorum* Cuvier;

Famille des *Oniscidæ* : *Halophiloscia couchii* Kinahan; *Chætophiloscia elongata* Dollfus, *Philoscia muscorum* Scopoli; *Oniscus asellus* L.;

Famille des *Squamiferidæ* : *Platyarthrus Hoffmannseggi* Brandt;

Famille des *Porcellionidæ* : *Metoponorthus* (*Polytretus*) *sexfasciatus lusitanus* Vandel; *Metoponorthus* (*Lusitoniscus*) *cingendus* Kinahan, *Metoponorthus pruinosus* Brandt; *Porcellio scaber* Latreille; *Porcellio dilatatus* Brandt; *Porcellio gallicus* Dollfus; *Porcellio spinicornis* Sars, *Porcellio monticola* Lereboullet, *Porcellio lævis* Latr.;

Famille des *Armadillidiidæ* : *Eluma purpurascens* B. L.; *Armadillidium vulgare* Latreille, *Armallidium nasatum* B. L.

Chez toutes ces espèces nous avons retrouvé le tissu sécréteur de

l'hormone mâle accolé au tractus génital, mais à des emplacements variables :

1° Chez tous les représentants de l'ensemble de *Crinocheta* examinés, la distribution du tissu androgène est la même que chez *Porcellio dilatatus* : il forme des amas inclus dans le filament suspenseur de chaque utricule testiculaire. Ces amas ont une forme variable chez une même espèce. Les cellules endocrines sont le plus souvent réparties en plusieurs masses le long du même filament suspenseur, qui présente ainsi deux ou trois nodosités successives reliées les unes aux autres par une fine membrane conjonctive très élastique, à noyaux pariétaux fusiformes assez rares; cette membrane ne représente en fait que le prolongement de la gaine conjonctive de l'utricule testiculaire. On ne retrouve le tissu androgène à aucun autre niveau du tractus génital.

2° Chez les *Synocheta* la distribution du tissu androgène est variable et trois cas ont été observés :

a. Chez *Oritoniscus flavus*, il est uniquement localisé dans les filaments suspenseurs des utricules.

b. Chez *Trichoniscus pygmeus*, *Trichoniscus pusillus provisorius* et *Trichoniscus fragilis*, il est accolé au canal déférent, au niveau de la boucle située dans le dernier segment thoracique, réparti en deux amas symétriques sur chaque canal. Ces amas ont une forme pyramidale, la base étant accolée au canal déférent sur une longueur de 25 μ et la hauteur de la pyramide variant de 9 à 15 μ. Le filament suspenseur ne contient que des cellules conjonctives banales, à noyaux étirés et dont le cytoplasme ne se colore pas à la pyronine.

c. Chez *Trichoniscoïdes Sarsi*, *Androniscus dentiger*, *Haplophthalmus danicus* et *H. Perezi*, on le rencontre à la fois dans les filaments suspenseurs des utricules et sur le canal déférent, à la hauteur du coude situé dans le dernier segment thoracique.

3° Chez les représentants de la série Tylienne sa distribution est variable :

— Chez *Tylos Latreillei* il se présente sous la forme d'un cordon, atteignant 960 μ de long s'insérant par une base large (205 μ) à la gonade au niveau du cinquième segment thoracique.

— Chez *Helleria brevicornis* on le retrouve, d'une part à la même place que chez *Tylos*, d'autre part sur le canal déférent au niveau du dernier segment thoracique.

La structure histologique de ces amas est, d'une façon générale, semblable à celle que l'un de nous [1] a décrite chez *Porcellio dilatatus* : quelle que soit leur position sur le tractus génital ils comportent une fine membrane conjonctive enveloppant de nombreuses cellules généralement polyédriques, à cytoplasme basophile se colorant par la pyronine et la gallocyanine. Les noyaux sont riches en chromatine et présentent un ou deux nucléoles. Le diamètre nucléaire est variable chez une même espèce et, dans des limites plus larges, d'une espèce à une autre :

— Les *Trichoniscidæ* ont un tissu androgène comportant de petits noyaux : le diamètre moyen est de 4 à 5 μ.

— Parmi les *Crinocheta*, les plus petits noyaux s'observent chez les genres : *Platyarthrus* (2 à 5 μ), *Armadillidium* (3 à 5 μ), *Metoponorthus* (3 à 7 μ) et *Ligidium* (2 à 6 μ); les plus gros noyaux s'observent chez les espèces de genre *Porcellio* et chez *Oniscus asellus* (moyenne 10 à 20 μ, certains noyaux atteignent même 30 μ de diamètre chez cette dernière espèce et chez *Porcellio monticola*).

— Les deux espèces de la série Tylienne examinées (*Tylos Latreillei* et *Helleria brevicornis*) offrent des dimensions nucléaires comparables, avec un diamètre moyen de 6 μ.

La démonstration expérimentale du rôle sécréteur d'hormone mâle, déjà apportée pour les amas situés dans les filaments suspenseurs, a été étendue aux formations situées dans le cinquième et le septième segment thoracique d'*Helleria brevicornis* ([3]).

Si la répartition du tissu sécréteur de l'hormone mâle est variable chez les différents types d'Oniscoïdes, elle n'est pas quelconque : elle est liée à la disposition métamérique des tractus de la gonade sexuellement indifférenciée (Legrand et Vandel, 1948) ([4]). Les filaments suspenseurs des utricules ne sont en effet que le prolongement des tractus correspondant aux segments thoraciques II, III et IV. Le canal déférent est lui-même présent dans le segment thoracique VII. Quant au segment V il comporte, dans les deux sexes, un tractus qui évolue en oviducte chez les ♀.

L'observation des stades de différenciation de la gonade chez *Helleria brevicornis* ([3]) montre que ce sont les cellules mésenchymateuses du tractus V qui évoluent chez les ♂ pour donner le filament androgène du segment correspondant.

Ainsi le tissu sécréteur de l'hormone ♂ se présente chez les Oniscoïdes comme une glande endocrine diastématique, née de la différenciation de certaines cellules mésenchymateuses des tractus de la gonade indifférenciée et ne peut pas être considéré comme indépendant de la gonade. Sa position chez les *Crinocheta* et beaucoup de *Synocheta*, à l'extérieur de la lumière des utricules testiculaires, est en fait homologue de celle du tissu interstitiel des Vertébrés.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

([1]) J. J. Legrand, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1238.

([2]) *Bull. Biol. France-Belgique*, supplément XXX, 136 pages.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, Paris (sous presse).

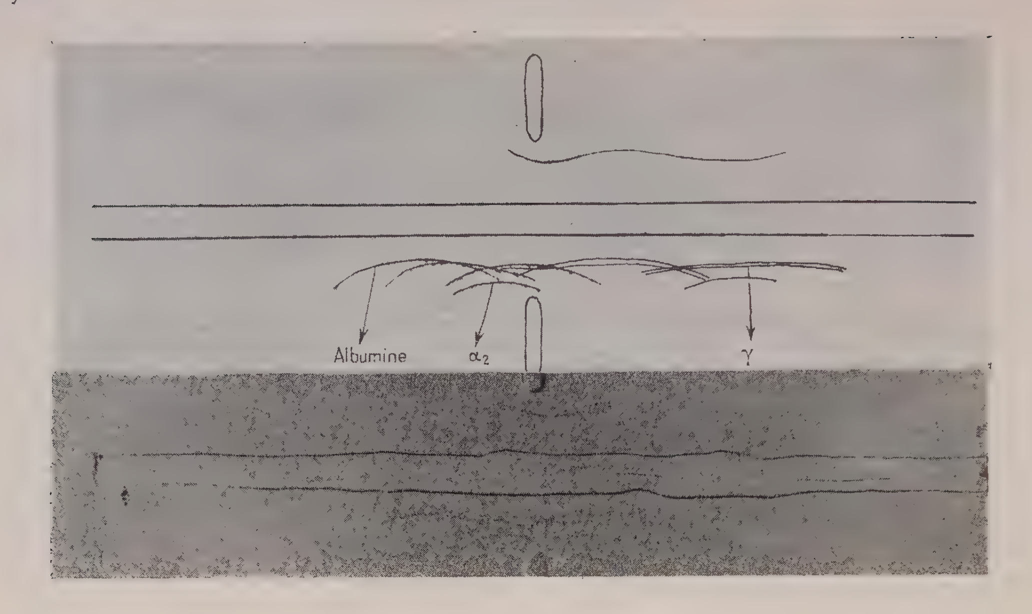
([4]) *Bull. Biol. France-Belgique*, 82, 1948, p. 79-94.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nature des globulines isoélectriquement peu solubles du sérum. Démonstration sur l'exemple des immunsérums de cheval de l'homogénéité immuno-chimique de l'euglobuline* I (1). Note de M. **Georges Sandor** et Mme **Marguerite Sandor**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

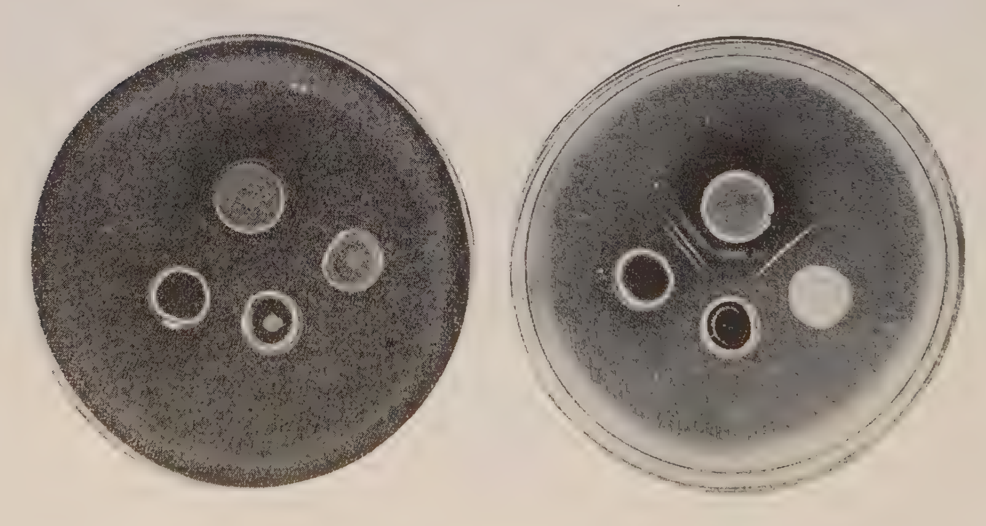
A pH 8, en présence de faibles forces ioniques, un protéide immunologiquement d'emblée homogène précipite à partir de certains immunsérums de cheval. Ce protéide est apparenté aux γ-globulines.

De nombreux auteurs ont confirmé depuis les travaux de L. D. Felton [1] que les agglutinines obtenues après immunisation des chevaux par la voie veineuse avec certaines bactéries, sont, pour la plupart, des euglobulines qui précipitent à des pH plus alcalins que les euglobulines du sérum normal. Cette extension de la précipitation isoélectrique vers l'alcalinité s'observe aussi dans certains sérums humains de source pathologique conditionnant la réaction à l'eau distillée. En rapprochant les faits observés en Pathologie humaine à ceux présentés par les immunsérums de cheval, nous avons appelé, suivant notre nomenclature préliminaire, euglobuline I (1) ces fractions de solubilité inusités [2].

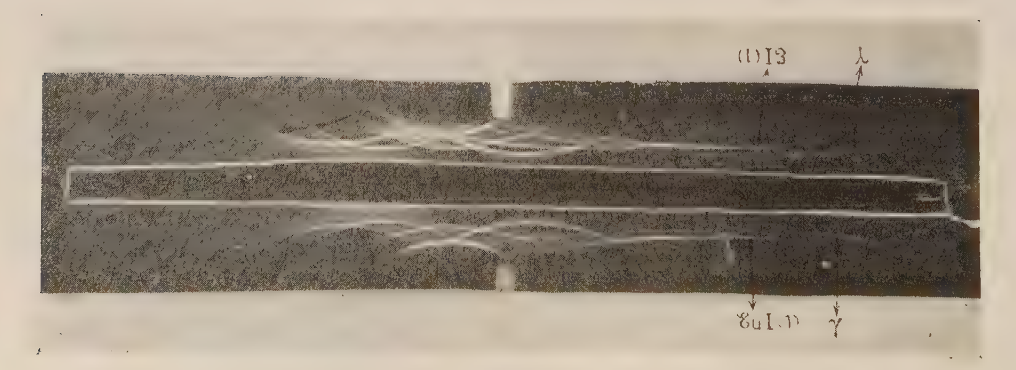
Nos études actuelles s'étendent à quatre chevaux « antiméningococciques »; plusieurs saignées ont été pratiquées chez l'un d'eux. L'euglobuline I (1) est obtenue par dilution du sérum au 1/15e dans du phosphate tampon M/500 de pH 8 et lavage du précipité dans le même tampon à trois reprises. La fraction est hétérogène et à l'électrophorèse et à l'ultracentrifugation. D'autre part, aucune des méthodes de purification mise en œuvre n'a augmenté l'homogénéité. Soulignons que le composant qui sédimente le plus lentement dans l'ultracentrifugeuse, possède la constante de sédimentation classique des γ-globulines (6 à 7 S); il est présent toujours en proportion sensible (10 à 80 %). Par contre, toutes nos préparations sont d'emblée homogènes du point de vue immunologique; toutes possèdent les mêmes caractères immunochimiques qui ne se modifient pas lors des fractionnements secondaires (*cliché* I). Les relations entre l'euglobuline I (1) et les γ-globulines du sérum normal de cheval sont importantes à connaître. Le cliché II montre que les deux donnent en présence du sérum anti-γ-globulines une réaction d'identité. Par contre, en présence du sérum antieuglobuline I (1) il n'existe qu'une réaction d'identité partielle (*cliché* III). Finalement nous rapportons les résultats de l'immuno-électrophorèse effectuée en présence du sérum antisérum normal de cheval sur deux sérums antiméningococciques natifs (*cliché* IV). Le trait de précipitation intense de l'euglobuline I (1) se dessine parallèlement à celui des γ-globulines, mais un peu plus rapproché et de l'anode et du godet de l'antigène.



Cliché 1.



Cliché 2. Cliché 3.



Cliché 4.

Légendes des figures.

Cliché I. — Immuno-électrophorèse de l'euglobuline I (1) en présence du sérum de lapin antisérum normal de cheval. Nous avons joint à la photographie la calque de l'électrophorégramme.

Cliché II. — Analyse immunochimique de l'euglobuline I (1) par la technique d'Ouchterlony.

En haut : sérum de lapin anti-γ-globulines du sérum normal de cheval; *en bas et à gauche :* sérum normal de cheval; *en bas et au milieu :* γ-globulines du sérum normal de cheval; *en bas et à droite :* euglobuline I (1).

Cliché III. — Analyse immunochimique de l'euglobuline I (1) par la technique d'Ouchterlony.

En haut: sérum de lapin antieuglobuline I (1); *en bas et à gauche:* sérum normal de cheval; *en bas et au milieu :* γ-globulines du sérum normal de cheval; *en bas et à droite :* euglobuline I (1).

Nous observons en présence du sérum de cheval trois traits de précipitation. Mais il n'est pas sûr qu'ils soient dus à la présence d'impuretés antigéniques en traces dans la préparation d'euglobuline I (1) qui a servi à immuniser le lapin. La multiplicité des traits pourraient provenir aussi de la production de plusieurs sortes d'anticorps par une préparation homogène du point de vue antigénique. En effet, il est manifeste que l'un des traits de précipitation correspond aux γ-globulines. Or, la figure indique précisément que l'euglobuline I (1) possède des « motifs » antigéniques que ces dernières ne contiennent pas.

Cliché IV. — Immuno-électrophorèse de deux sérums antiméningococciques de cheval à l'égard du sérum de lapin antisérum normal de cheval.

La dénomination provisoire : euglobuline I (1), doit être conservée pour ce protéide. En effet, nous voyons qu'il n'est défini du point de vue physicochimique qu'en tant qu'euglobuline par ses caractères de solubilité à part en présence de forces ioniques réduites. Relevons qu'en particulier, le caractère macroglobulinique n'entre pas dans sa définition puisque tout en étant homogène du point de vue immunochimique, il contient toujours en proportion importante des composants ayant une constante de sédimentation de 6 à 7 S. D'ailleurs, l'hétérogénéité physicochimique s'explique si nous admettons qu'il s'agit d'un protéide qui a cette dernière constante de sédimentation, mais qui, du fait de sa solubilité restreinte, subit des processus d'agrégation.

(1) *J. infect. Dis.*, 37, 1925, p. 199 et 304; 42, 1928, p. 248; 43, 1928, p. 543.

(2) G. Sandor, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 2492; *Bull. Soc. Chim. biol.*, 33, 1951, p. 1483.

IMMUNOCHIMIE. — *L'allotypie de certains antigènes protéidiques du sérum. Relations immunochimiques et génétiques entre six des principaux allotypes observés dans le sérum de lapin.* Note (*) de M. **Jacques Oudin**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Les six principaux allotypes paraissent se classer en deux groupes de trois, régis respectivement par trois gènes allèles. Cinq au moins ont en commun une grande partie de leur spécificité, uniforme au sein de l'espèce (spécificité isotypique). Deux se présentent chacun comme une famille d'au moins deux membres toujours observés ensemble.

Des réactions de précipitation spécifique observées en 1953 entre des sérums de lapins et des immunsérums d'autres lapins ont été expliquées par la variabilité, chez des individus différents, d'une partie de la spécificité d'antigènes protéidiques considérés jusque-là comme uniformes au sein de l'espèce [1], [2]. Ces formes, différentes chez des individus différents, par une partie de leur spécificité antigénique, ont reçu le nom d'allotypes.

On a fait réagir un grand nombre de sérums avec un grand nombre d'immunsérums de lapins en se servant de la méthode d'analyse immunochimique en milieu gélifié [3] et plus particulièrement de la technique de diffusion simple en tubes. Ces réactions ont été analysées selon les principes suivants : 1° la réaction d'un certain nombre de sérums de lapins, contenant un allotype donné, avec un même immunsérum de lapin contenant des anticorps contre cet allotype, se manifeste dans la diffusion simple par une zone de précipitation dont l'aspect est presque toujours remarquablement uniforme par sa densité de précipité et par les caractères de ses limites inférieure et supérieure, la pénétration h de la zone étant fonction de la concentration de l'allotype qui réagit [3], [4]. 2° Si le nombre des sérums qu'on étudie est suffisamment grand, un allotype peut être caractérisé par la liste des sérums qui le contiennent et qui, de ce fait, réagissent avec un même immunsérum en donnant des zones de même aspect. Ces principes ont été appliqués avec des résultats concordants aux réactions des immunsérums unispécifiques, et à celles des immunsérums plurispécifiques, c'est-à-dire susceptibles de donner plusieurs zones de précipitation (d'aspect plus ou moins différent) avec autant d'allotypes différents. L'analyse de ces réactions a conduit à distinguer sept allotypes désignés par les lettres a, b, c, d, e, f, g. Plusieurs d'entre eux (c, g) se présentent en fait comme des familles d'allotypes susceptibles de se manifester par deux zones (c, c', g, g') qui, dans les réactions d'un immunsérum donné, ne sont jamais observées l'une sans l'autre.

Outre la spécificité allotypique qui les distingue les uns des autres, les allotypes portent chacun une spécificité qui, uniforme chez tous individus de la même espèce, a été désignée du nom de spécificité isotypique [5].

Des cobayes ont été immunisés de la même manière que les lapins : on leur a injecté (avec les mêmes adjuvants) du précipité spécifique formé par la réaction d'un immunsérum de lapin contenant les allotypes *a*, *d*, *f*, avec l'antigène homologue. L'immunsérum, unispécifique, de l'un de ces cobayes a été mélangé, dans le rapport d'équivalence, à des sérums de lapins contenant l'un ou l'autre des allotypes *a*, *b*, *c*, *f*, *g*. Ces mélanges ont été centrifugés. Lorsqu'on faisait réagir (diffusion double en tubes) les liquides surnageants avec des immunsérums de lapins contre les allotypes *a*, *b*, *c*, *f*, *g*, les zones de précipitation de ces cinq allotypes n'apparaissent pas, alors qu'elles apparaissaient dans les tubes témoins. Cet immunsérum de cobaye précipite donc les cinq allotypes *a*, *b*, *c*, *f*, *g*, alors qu'il ne les distingue pas les uns des autres dans des réactions de voisinage faites en milieu gélifié dans des cuves à faces parallèles appropriées ([6]). La spécificité isotypique mise en jeu dans ces réactions est donc commune à ces cinq allotypes.

On observe presque toujours, dans le sérum d'un même individu, de deux à quatre des six allotypes *a*, *b*, *c*, *d*, *f*, *g* (non compris l'allotype *e*, peu étudié jusqu'ici). On a discuté la possibilité que les spécificités de plusieurs de ces allotypes soient, dans un même sérum, dues à des motifs différents présents sur les mêmes molécules. Les observations faites et les expériences entreprises, sans permettre de rejeter cette hypothèse d'une manière absolue ont, chaque fois qu'elles étaient possibles, montré qu'il existait dans un même sérum une quantité importante de molécules portant une spécificité sans l'autre.

Dans un échantillon de population de 155 lapins adultes, les fréquences des six allotypes sont, pour *a*, 0,97; pour *b*, 0,41; pour *c*, 0,21; pour *d*, 0,86; pour *f*, 0,12; pour *g*, 0,10. Ces fréquences ne sont pas indépendantes les unes des autres : on n'observe aucun individu qui contienne à la fois *b*, *c*, *d*, ni aucun qui contienne à la fois *a*, *f*, *g*, les deux seuls individus dont les sérums contiennent à la fois *f* et *g* étant parmi les cinq qui ne contiennent pas *a*. Ces remarques peuvent s'expliquer par l'hypothèse que les six allotypes ou familles d'allotypes soient régis par six gènes répartis en deux groupes de trois allèles : *b*, *c*, *d* et *a*, *f*, *g*.

Conformément à cette hypothèse, il a pu être démontré, à partir de la pénétration *h* des zones de précipitation dans les tubes de gel (diffusion simple) : 1° que la moyenne des concentrations de l'allotype *a* est significativement plus forte dans les sérums qui ne contiennent ni *f* ni *g* (sujets supposés homozygotes) que dans ceux qui contiennent *g* (sujets supposés hétérozygotes); 2° que la concentration de l'allotype *b* est significativement plus forte dans les sérums qui ne contiennent ni *c* ni *d* que dans ceux qui contiennent *d*.

Parmi les allotypes étudiés jusqu'ici, ceux dont la présence a été observée dans des sérums de lapins nouveau-nés étaient ceux du sérum de la mère, la formule allotypique se modifiant au cours des premières semaines pour

devenir conforme au génotype du jeune animal. L'analyse comparée des sérums d'un certain nombre de jeunes lapins (d'âge suffisant) et des sérums de leurs parents a donné des résultats en accord avec la classification des six gènes en deux groupes d'allèles. Ces résultats étaient incompatibles avec l'allélisme des gènes *b* et *g*, *c* et *g*, *d* et *g*, *d* et *f* respectivement, et en accord avec l'allélisme des gènes *b* et *c*, *c* et *d*, d'une part, *f* et *g* d'autre part.

Parmi les six gènes des deux groupes d'allèles *b*, *c*, *d* et *a*, *f*, *g*, deux au moins (*c* et *g*) paraissent régir chacun deux formes allotypiques distinctes, toujours observées ensemble. Ainsi, des molécules de protéine qu'on aurait classiquement considérées comme ayant une spécificité antigénique uniforme se présentent sous huit formes allotypiques différentes. L'observation de deux sérums qui ne contiennent aucun des allotypes connus du premier groupe donne à penser que cette liste est incomplète.

(*) Séance du 18 janvier 1960.

(1) J. Oudin, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 2489 et 2606; *Symposium on Protein Structure*, Paris, 1957, p. 298 (Methuen and Co. Ltd, London).

(2) Les observations qui nous ont conduit à la notion d'allotypie ont été confirmées par S. Dray et G. O. Young (*J. Immunol.*, 81, 1958, p. 142; *Science*, 129, 1959, p. 1023), qui ont pu immuniser des lapins en leur injectant, avec les mêmes adjuvants, du sérum d'autres lapins.

(3) J. Oudin, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 115; *Methods in Medical Research*, 5, 1952, p. 335-378 (Year Book, publishers, Chicago, 1952); *Ann. Inst. Pasteur*, 89, 1955, p. 531.

(4) J. Oudin, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1890; *J. Immunol.*, 81, 1958, p. 376.

(5) C'est cette partie de la spécificité antigénique des protéines du sérum, longtemps la seule connue, qui permet de classer les antigènes du sérum d'une espèce donnée. Nous avons pu en distinguer plus de 25 dans le sérum humain et ses fractions [J. Oudin, *J. Immunol.* (sous presse)].

(6) J. Oudin, *Ann. Inst. Pasteur*, 89, 1955, p. 531. A. Bussard, *VIIe Congrès International de Microbiologie*, Résumés des Travaux, 9 *e*, p. 152.

(*Institut Pasteur, Service d'Immunochimie analytique, Paris.*)

A 15 h 25 m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 h 5 m.

R. C.

ERRATUMS.

—

(*Comptes rendus* du 19 octobre 1959.)

Note présentée le même jour, de M. *Joseph Wiemann*, Mme *Sa-Le-Thi Thuan* et Mlle *Dominique Ramé*, Condensation de l'oxyde de mésityle et du trioxyméthylène par la magnésie :

Page 1530, 4e ligne, *au lieu de* $C_{13}H_{15}O_4N_4$, *lire* $C_{13}H_{16}O_5N_4$,
» » 6e ligne, *au lieu de* $C_{13}H_{13}O_3N_4$, *lire* $C_{13}H_{14}O_4N_4$.

(*Comptes rendus* du 9 décembre 1959.)

Note présentée le même jour, de M. *Ferran Sunyer i Balaguer*, Sur des cas où l'inégalité fondamentale de M. S. Mandelbrojt peut être précisée :

Page 2472, 13e ligne, *au lieu de* q/λ_n, *lire* z/λ_n.
» » 19e ligne, *au lieu de* l.g, *lire* log.
» 2473, 25e ligne, *au lieu de* $\lim_{R=\infty}$, *lire* $\lim_{R=0}$.

(*Comptes rendus* du 14 décembre 1959.)

Allocution de M. *Albert Portevin* :

Page 2658, 2e ligne en remontant, *pour le lieu de la mort de* M. Louis Roy, *au lieu de* Toulouse, *lire* Castres (Tarn).

(*Comptes rendus* du 4 janvier 1960.)

Note présentée le 21 décembre 1959, de MM. *John Rodgers* et *Peter Bearth*, Sur la « nappe » du Lebendum :

Page 157, 17e ligne, *au lieu de* anti-triasiques, *lire* anté-triasiques.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1959.

Department of Commerce. Scientific Papers of the Bureau of Standards. N° 3 941, 1920 : *Air forces on circular cylinders, axes normal to the wind, with special reference to dynamical similitary*, by Hugh L. Dryden. N° 523, 1926 : *Wind pressures on structures*, by Hugh L. Dryden, George C. Hill. Washington, Government Printing Office; 2 fasc. 25,5 cm.

National Advisory Committee for aeronautics. Report n° 207, 1925 : *Aerodynamic characteristics of airfoils at high speeds*, by L. J. Briggs, G. F. Hull, Hugh L. Dryden. N° 231, 1926 : *Investigation of turbulence in wind tunnels by a study of the flow about cylinders*, by Hugh L. Dryden, R. H. Heald. N° 255, 1927 : *Presure distribution over airfoils at high speeds*, by L. J. Briggs, Hugh L. Dryden. N° 319, 1929 : *Aerodynamic Characteristics of twenty-four airfoils at high speeds*, by L. J. Briggs, Hugh L. Dryden. N° 320, 1929 : *The measurement of fluctuations of air speed by the Hot-Wire anemometer*, by Hugh L. Dryden, A. M. Kuethe. N° 342, 1930 : *Effect of turbulence in wind tunnel measurements*, by Hugh L. Dryden, A. M. Kuethe. N° 365, 1930 : *Aerodynamic characteristics of circular-arc airfoils at high speeds*, by L. J. Briggs, Hugh L. Dryden. N° 392, 1931 : *Reduction of turbulence in wind tunnels*, by Hugh L. Dryden. N° 437, 1932 : *The effect of area and aspect ratio on the Yawing moments of rudders at large angles of Pitch on three fuselages*, by Hugh L. Dryden, B. H. Monish. N° 448, 1932 : *Improved apparatus for the measurement of fluctuations of air speed in turbulent flow*, by W. C. Mock, Hugh L. Dryden. N° 497, 1934 : *Computation of the two-dimensional flow in a laminar boundary Layer*, by Hugh L. Dryden. N° 546, 1935 : *The effect of turbulence on the drag of flat Plates*, by G. B. Schubauer, Hugh L. Dryden. N° 562, 1936 : *Air flow in the boundary layer near a plate*, by Hugh L. Dryden. N° 581, 1937 : *Measurements of intensity and scale of wind-Tunnel turbulence and their relation to the critical Reynolds number of spheres*, by Hugh L. Dryden, G. B. Schubauer, W. C. Mock Jr, H. K. Skramstad. N° 940, 1949 : *The design of Low-Turbulence wind tunnels*, by Hugh L. Dryden, Ira H. Abbott N° 1 168, 1947 : *Some recent contributions to the study of transition and turbulent Boundary layers*, by Hugh L. Dryden. Washington Government Printing Office; 15 fasc. 30 cm et 1 fasc. 26,5 cm.

U. S. Department of Commerce. Reprint from *Bureau of Standards Journal of Research*. Vol. 5, n° 193, 1930 : *The characteristics of two-blade propeller fans*, by Hugh L. Dryden, P. S. Ballif. N° 221 : *Wind pressure on circular cylinders and Chimneys*, by Hugh L. Dryden, George C. Hill. Vol. 6, n° 283, 1931 : *Further measurements of propeller fan characteristics*, by P. S. Ballif, Hugh L. Dryden.

N° 301 : *Wind pressure on a model of a mill building*, by Hugh L. Dryden, George C. Hill. Vol. 10, n° 545, 1933 : *Wind pressure on a model of the empire state building*, by Hugh L. Dryden, George C. Hill. N° 556 : *A method of exciting resonant vibrations in mechanical systems*, by L. B. Tuckerman, Hugh L. Dryden, H. B. Brooks. Vol. 12, 1934 : *A propeller-vibration indicator*, by Hugh L. Dryden, L. B. Tuckerman. Washington, Superintendent of Documents; 7 fasc. 23 cm.

Some comparative tests of sixteen-inch roof ventilators, by Hugh L. Dryden, W. F. Stutz, R. H. Heald. Washington, 1921, 1 tirage à part 23 cm.

Cavitation in Screw Propellers, by L. J. Briggs, Hugh L. Dryden, in *Philosophical Magazine*, vol. IV, 1927; 1 feuillet 22,5 cm.

The Pressure of the wind on large Chimneys, by Hugh L. Dryden, George C. Hill, in *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 16, n° 11, 1930; 1 extrait 26 cm.

The effect of compressibility on the characteristics of Airfoils, by L. J. Briggs, Hugh L. Dryden, in *Proceedings third international congress for Applied Mechanics*. Stockholm, 1930; 1 extrait 28 cm.

Aerodynamics, by L. J. Briggs, Hugh L. Dryden, in *International critical Tables*, vol. I, 1926; 1 extrait 28 cm.

Silencing the Airplane, by Hugh L. Dryden, in *Aeronautical Engineering*. Washington, s. d.; 1 extrait 28,5 cm.

Turbulence, Companion of Reynolds number, by Hugh L. Dryden, in *Journal Aeronautical S.*, vol. 1, 1934; 1 extrait 27 cm.

Extraits de *Journal of the Washington Academy of Sciences*, vol. 25, n° 3, 1935. *Frontiers of aerodynamics*, by Hugh L. Dryden, vol. 37, n° 5, 1947 : *Exploring the fundamentals of aerodynamics*, by Hugh L. Dryden, 2 fasc. 25 cm.

Research on building materials and structures for use in Low-Cost Housing, by Hugh L. Dryden, in *Bulding materials and Structures*, Report BMS 1. Washington, U. S. Department of Commerce, 1938; 1 fasc. 27 cm.

Turbulence investigations at the national Bureau of Standards, by Hugh L. Dryden, in *Proceedings of the fifth international Congress of Applied Mechanics*, 1938; 1 extrait 28 cm.

Extraits de *Journal of the aeronautical sciences*. Vol. 6, n° 3, 1939 : *Turbulence and the Boundary Layer*, by Hugh L. Dryden. Vol. 28-30, 1947 : *The Use of Damping Screens for the reduction of Wind-Tunnel Turbulence*, by Hugh L. Dryden, G. B. Schubauer. Vol. 20, n° 7, 1953 : *Review of Published Data on the Effect of Roughness on Transition from Laminar to Turbulent flow*, by Hugh L. Dryden. Vol. 20, n° 12, 1953 : *Our Heritage from Wilbur and Orville Wright*, by Hugh L. Dryden; 4 extraits 29 cm.

Isotropic turbulence in theory and experiment, by Hugh L. Dryden, in *Applied Mechanics*, 1941; 1 fasc. 29 cm.

Transactions, American geophysical Union. *Absolute gravity-determinations*, by Hugh L. Dryden, in *Transactions* of 1943; 1 extrait 24,5 cm.

Extraits de *Physics Today*, vol. 1, n° 6, 1948 : *Faster than sound*, by Hugh L. Dryden. Vol. 5, n° 5, 1952 : *The role of Physics in aeronautical Development*, by Hugh L. Dryden; 2 fasc. 26,5 cm.

Recent advances in the mechanics of Boundary Layer flow, by Hugh L. Dryden, in *Advances in applied mechanics*, vol. 1, 1948. New York, Academic Press; 1 fasc, 22,5 cm.

37th Wilbur Wright Lecture. *The aeronautical research scene-Goals, methods and accomplishments*, by Hugh L. Dryden. London, *Royal aeronautic Society*, 28th april 1949; 1 fasc. 25 cm.

The turbulence problem Today, by Hugh L. Dryden, in *Proceedings of the Midwestern conference on Fluid Dynamics*, 1950. Ann Arbor, 1951; 1 fasc. 21,5 cm.

Extraits de *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol. 97, nº 1, 1953 : *Frontiers of aeronautical science and technology*, by Hugh L. Dryden. Vol. 98, nº 2, 1954 : *A Half century of aeronautical Research*, by Hugh L. Dryden; 2 fasc. 26,5 cm.

The next fifty Years, by Hugh L. Dryden, in *Aero Digest*, 1953; 1 fasc. 29 cm.

Aerodynamics-Theory, Experiment, Application, by Hugh L. Dryden, in *Aeronautical engineering review*, vol. 12, nº 12, 1953. New York, Institute of the aeronautical Sciences; 1 fasc. 29 cm.

Fact finding for Tomorrow's Planes. A Little Fanin-a-bosc Wind Tunnel made possible the Wrights'. First Flight; Now Screaming supersonic Winds test weird Shapes of aeronautical Things to Come, by Hugh L. Dryden; 1 fasc. 25,5 cm.

Effects of Roughness and suction on transition from laminar to turbulent flow, by Hugh L. Dryden; 1 fasc. 24 cm.

Supersonic Travel within the last two hundred Years, by Hugh L. Dryden, in *The scientific Monthly*, vol. 78, nº 5, 1954; 1 extrait 26 cm.

Transition from laminar to turbulent flow at subsonic and supersonic Speeds, by Hugh L. Dryden, in *Proceedings, Conference on High-Speed Aeronautics*. Polytechnic Institute of Brooklyn, 1955; 1 extrait 22 cm.

Fifty Years of Boundary-Layer Theory and Experiment, by Hugh L. Dryden, in *Science*, vol. 121, nº 3 142, 1955; 1 extrait 26 cm.

Models in subsonic aerodynamics, by Hugh L. Dryden, in *Atti del convegno di Venezia*, vol. I, 1955 su *I Modelli nella Tecnica*, 1 fasc. 26,5 cm.

Extraits de *Zeitschrift für Flugwissenschaften*, Heft 3/4, 1956; *Recent Investigations of the Problem of Transition*, von Hugh L. Dryden, Heft 8, 1958 : *Gegenwartsprobleme der Luftfahrtforschung*, von Hugh L. Dryden; 2 fasc. 34 cm.

University of Maryland. Lecture Series nº 34. *Some aspects of transition from laminar to turbulent flow*, by Hugh L. Dryden. Maryland, The Institute for fluid dynamics and applied mechanics, 1955; 1 fasc. 28 cm.

The international geophysical Years. *Man's most Ambitions study of his environment*, by Hugh L. Dryden, in *National geographic magazine*, 1956. Washington, National geographic Society; 1 fasc. 25,5 cm.

Combined effects of turbulence and roughness on transition, by Hugh L. Dryden, in *Journal of applied mathematics and Physics*, vol. IX *b*, fasc. 5/6, 1958; 1 extrait 23 cm.

Some aspects of Boundary-Layer flow in subsonic and supersonic air Streams, by Hugh L. Dryden, in *Proceedings Third national Congress of Applied mechanics*, Brown University, 1958; 1 extrait 28 cm.

Actualités scientifiques et industrielles, 1274. *Hydrobiologie de la Corse*, par Eugène Angelier et ses collaborateurs. Banyuls-sur-Mer, Laboratoire Arago, Paris, Hermann, 1959; 1 vol. 24 cm.

(*A suivre.*)